

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO – ESCOLA POLITÉCNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

INVESTIGAÇÕES SOBRE MODELOS DE ANÁLISE
ESTRUTURAL LOCAL DE TUBOS FLEXÍVEIS

Vinícius Vaguetti da Costa

SÃO PAULO

2014

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO – ESCOLA POLITÉCNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

INVESTIGAÇÕES SOBRE MODELOS DE ANÁLISE
ESTRUTURAL LOCAL DE TUBOS FLEXÍVEIS

Trabalho de formatura apresentado à Escola
Politécnica da Universidade de São Paulo para
obtenção do título de Graduação em Engenharia

Vinícius Vaguetti da Costa

Orientador:

Prof. Dr. Roberto Ramos Jr.

Área de concentração:

Engenharia Mecânica

SÃO PAULO

2014

Costa, Vinícius Vaguetti da
Investigações sobre modelos de análise estrutural local de
tubos flexíveis / V.V. da Costa. – São Paulo, 2014.
72p.

Trabalho de Formatura - Escola Politécnica da Universidade
de São Paulo. Departamento de Engenharia Mecânica.

1.tubos flexíveis 2.análise local 3.modelo analítico
4.armadura de tração 5.carcaça intertravada I. Universidade de
São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia
Mecânica II. t.

Dedico este trabalho à minha família

AGRADECIMENTOS

Agradeço inicialmente à Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis (ANP), à Financiadora de Estudos e Projetos (FINEP) e ao Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovação (MCTI), pelo apoio financeiro dado por meio do Programa de Recursos Humanos da ANP para o Setor Petróleo e Gás (PRH-ANP/MCTI), em particular, ao PRH-19, o qual possibilitou o desenvolvimento deste trabalho.

Agradeço também ao orientador e amigo Prof. Dr. Roberto Ramos Júnior pelo apoio e pela paciência no decorrer do projeto, e aos colegas Gustavo Oliveira Silva e Leonardo Riccioppo Garcez pelo suporte no esclarecimento de alguns dos problemas enfrentados.

RESUMO

Tubos flexíveis são estruturas empregadas no setor *offshore* para realizar o transporte de petróleo e gás desde o leito do mar até as unidades flutuantes (plataformas e FPSOs, entre outros). Por estarem sujeitos a condições bastante severas (elevadas pressões e esforços axiais) são frequentemente objetos de estudo, sendo, portanto, encontrados diversos modelos, tanto analíticos quanto numéricos, na literatura para simular seu comportamento mecânico.

Os modelos numéricos baseiam-se, sobretudo, no método dos elementos finitos, mas, apesar de tal método se revelar uma ferramenta poderosa no tratamento de *risers* e dos bons resultados já obtidos, ele apresenta certos inconvenientes: o contato entre as diferentes camadas é frequentemente difícil de ser modelado e tal procedimento numérico demanda um tempo de resolução bastante elevado (atingindo, com frequência, várias horas). Já os modelos analíticos (ou, mais apropriadamente, analítico-numéricos) demandam um tempo de cálculo bastante inferior em comparação aos modelos numéricos (geralmente alguns segundos), apesar de apresentarem limitações com relação à sua complexidade.

Uma característica comum aos modelos analíticos propostos na literatura é que todos partem da hipótese de ausência de movimento relativo entre as camadas que compõem o *riser*, no sentido de que um mesmo alongamento e um mesmo ângulo de giro por unidade de comprimento são considerados para todas as camadas.

O objetivo do presente trabalho é sugerir um novo modelo analítico para o tratamento de tubos do tipo *pipe-in-pipe* (compostos por camadas cilíndricas concêntricas) considerando a hipótese de escorregamento total entre as camadas. Os resultados obtidos com este novo modelo serão então confrontados com os resultados baseados em modelos anteriores obtidos na literatura, a fim de verificar se, e como, os esforços suportados pelas camadas se alteram. Ele também poderá servir de base para o desenvolvimento de um modelo de tubo flexível completo que parta destas mesmas hipóteses cinemáticas.

ABSTRACT

Pipelines are structures employed by the offshore industry to transport oil and gas from the sea bed to floating structures (platforms and FPSOs, for instance). Since pipelines are usually subjected to severe conditions (high pressures and high tractions), they have frequently been considered in research studies. Therefore, many analytical and numerical pipeline models can be found in the technical literature.

Numerical models are mainly based on the finite element method, but, despite providing very good results in pipeline analyses, this numerical method presents some inconveniences such as the difficulties in modeling the many contact surfaces between pipeline layers and the very long time needed for the model solution. On the other hand, analytical models (or, better, analytical-numerical models) are solved much more quickly than finite element models, although presenting some limitations due to the simplifying hypotheses assumed in the model.

A hypothesis that is usually assumed by many analytical models is the absence of relative movement between the pipeline layers, implying that the axial stretching and the twist angle per unit length are considered to be the same for all layers in each cross-section.

The present work aims at presenting a new analytical model for the local structural analysis of flexible pipes considering the hypothesis of total slipping between layers. The results obtained from this new model are then compared to the results based on previous models from the literature in order to determine whether, and how, the tractions supported by the layers change. It may also serve as a basis for the development of a complete model for flexible risers that shares these same kinematic assumptions.

LISTA DE FIGURAS

<i>Figura 1.1 – Arranjo submarino para exploração de petróleo [2].</i>	1
<i>Figura 1.2 – Vazamento de óleo na Baía de Guanabara [6].</i>	2
<i>Figura 1.3 – Diferentes camadas de um tubo flexível [8].</i>	3
<i>Figura 1.4 – Cabo umbilical convencional [9].</i>	4
<i>Figura 2.1 – Trecho infinitesimal da linha.</i>	7
<i>Figura 2.2 – Esforços equivalentes atuantes em um segmento de riser.</i>	9
<i>Figura 3.1 – Esforços numa dada seção de uma linha composta por duas camadas.</i>	13
<i>Figura 3.2 – Geometria da linha disposta em catenária (estudo de caso A).</i>	16
<i>Figura 3.3 – Curvatura do eixo central (estudo de caso A).</i>	17
<i>Figura 3.4 – Ângulo $\boldsymbol{\varphi} = \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{s})$ com o plano horizontal (estudo de caso A).</i>	17
<i>Figura 3.5 – Forças efetiva e solicitante nas seções (estudo de caso A).</i>	18
<i>Figura 3.6 – Força axial solicitante nas camadas (modelo 1, estudo de caso A).</i>	19
<i>Figura 3.7 – Variação do raio médio das camadas (modelo 1, estudo de caso A).</i>	19
<i>Figura 3.8 – Variação da espessura das camadas (modelo 1, estudo de caso A).</i>	20
<i>Figura 3.9 – Alongamento axial ao longo do riser (modelo 1, estudo de caso A).</i>	20
<i>Figura 3.10 – Pressão de contato entre as camadas (modelo 1, estudo de caso A).</i>	21
<i>Figura 3.11 – Afastamento (gap) formado entre as camadas (modelo 1, estudo de caso A).</i>	21
<i>Figura 3.12 – Pressão de contato com coeficientes de Poisson trocados (modelo 1, estudo de caso A).</i>	23
<i>Figura 3.13 – Gap formado com coeficientes de Poisson trocados (modelo 1, estudo de caso A).</i>	23
<i>Figura 3.14 – Geometria da linha disposta em catenária (estudo de caso B).</i>	24
<i>Figura 3.15 – Curvatura do eixo central (estudo de caso B).</i>	25
<i>Figura 3.16 – Ângulo $\boldsymbol{\varphi} = \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{s})$ com o plano horizontal (estudo de caso B).</i>	25
<i>Figura 3.17 – Forças efetiva e solicitante nas seções (estudo de caso B).</i>	26
<i>Figura 3.18 – Força axial solicitante nas camadas (modelo 1, estudo de caso B).</i>	27
<i>Figura 3.19 – Variação do raio médio das camadas (modelo 1, estudo de caso B).</i>	27
<i>Figura 3.20 – Variação da espessura das camadas (modelo 1, estudo de caso B).</i>	28
<i>Figura 3.21 – Alongamento axial ao longo do riser (modelo 1, estudo de caso B).</i>	28
<i>Figura 3.22 – Pressão de contato entre as camadas (modelo 1, estudo de caso B).</i>	29
<i>Figura 3.23 – Afastamento (gap) formado entre as camadas (modelo 1, estudo de caso B).</i>	29
<i>Figura 3.24 – Esforços suportados por uma camada genérica numa dada seção transversal.</i>	31
<i>Figura 3.25 – Representação de um tendão com suas dimensões e sistema de coordenadas local.</i>	34
<i>Figura 3.26 – Geometria da linha disposta em catenária (estudo de caso A).</i>	36
<i>Figura 3.27 – Curvatura do eixo central (estudo de caso A).</i>	37
<i>Figura 3.28 – Ângulo $\boldsymbol{\varphi} = \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{s})$ com o plano horizontal (estudo de caso A).</i>	37
<i>Figura 3.29 – Forças efetiva e solicitante nas seções (estudo de caso A).</i>	38
<i>Figura 3.30: Força axial nas camadas (modelo 1 completo, caso A).</i>	38
<i>Figura 3.31 – Variação do raio médio das camadas (modelo 1 completo, caso A).</i>	39
<i>Figura 3.32 – Variação da espessura das camadas (modelo 1 completo, caso A).</i>	39
<i>Figura 3.33 – Deformação ao longo do riser (modelo 1 completo, caso A).</i>	40
<i>Figura 3.34 – Pressão de contato entre as camadas (modelo 1 completo, caso A).</i>	40
<i>Figura 3.35 – Gap entre as camadas (modelo 1 completo, caso A).</i>	41
<i>Figura 3.36 – Geometria da linha disposta em catenária (estudo de caso B).</i>	42

<i>Figura 3.37 – Curvatura do eixo central (estudo de caso B).</i>	43
<i>Figura 3.38 – Ângulo $\varphi = \varphi(s)$ com o plano horizontal (estudo de caso B).</i>	43
<i>Figura 3.39 – Forças efetiva e solicitante nas seções (estudo de caso B).</i>	44
<i>Figura 3.40 – Força axial nas camadas (modelo 1 completo, caso B).</i>	44
<i>Figura 3.41 – Variação do raio médio das camadas (modelo 1 completo, caso B).</i>	45
<i>Figura 3.42 – Variação da espessura das camadas (modelo 1 completo, caso B).</i>	45
<i>Figura 3.43 – Deformação ao longo do riser (modelo 1 completo, caso B).</i>	46
<i>Figura 3.44 – Pressão de contato entre as camadas (modelo 1 completo, caso B).</i>	46
<i>Figura 3.45 – Gap entre as camadas (modelo 1 completo, caso B).</i>	47
<i>Figura 4.1 – Força axial solicitante (modelo 2, caso A).</i>	53
<i>Figura 4.2 – Variação do raio médio (modelo 2, caso A).</i>	53
<i>Figura 4.3 – Variação da espessura (modelo 2, caso A).</i>	54
<i>Figura 4.4 – Deformação das camadas (modelo 2, caso A).</i>	54
<i>Figura 4.5 – Pressão de contato entre as camadas (modelo 2, caso A).</i>	55
<i>Figura 4.6 – Gap entre as camadas (modelo 2, caso A).</i>	55
<i>Figura 4.7 – Força axial solicitante (modelo 2, caso B).</i>	56
<i>Figura 4.8 – Variação do raio médio (modelo 2, caso B).</i>	57
<i>Figura 4.9 – Variação da espessura (modelo 2, caso B).</i>	57
<i>Figura 4.10 – Deformação das camadas (modelo 2, caso B).</i>	58
<i>Figura 4.11 – Pressão de contato entre as camadas (modelo 2, caso B).</i>	58
<i>Figura 4.12 – Gap entre as camadas (modelo 2, caso B).</i>	59
<i>Figura 5.1 – Comparação entre as forças axiais solicitantes (caso A).</i>	60
<i>Figura 5.2 – Comparação entre as variações do raio médio (caso A).</i>	60
<i>Figura 5.3 – Comparação entre as variações da espessura (caso A).</i>	61
<i>Figura 5.4 – Comparação entre as deformações (caso A).</i>	61
<i>Figura 5.5 – Comparação entre as pressões de contato (caso A).</i>	62
<i>Figura 5.6 – Comparação entre os gaps (caso A).</i>	62
<i>Figura 5.7 – Comparação entre as forças axiais solicitantes (caso B).</i>	63
<i>Figura 5.8 – Comparação entre as variações do raio médio (caso B).</i>	63
<i>Figura 5.9 – Comparação entre as variações da espessura (caso B).</i>	64
<i>Figura 5.10 – Comparação entre as deformações (caso B).</i>	64
<i>Figura 5.11 – Comparação entre as pressões de contato (caso B).</i>	65
<i>Figura 5.12 – Comparação entre os gaps (caso B).</i>	65

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Dados de entrada para análise global de tubo do tipo <i>pipe-in-pipe</i> (Caso A).....	10
Tabela 2.2 – Dados de entrada para análise global de tubo do tipo <i>pipe-in-pipe</i> (Caso B).....	10
Tabela 2.3 – Pesos específicos dos fluidos interno e externo [19].	11
Tabela 3.1 – Propriedades geométricas e físicas das camadas (Caso A).....	12
Tabela 3.2 – Propriedades geométricas e físicas das camadas (Caso B).....	12
Tabela 3.3 – Propriedades das camadas do tubo flexível.....	30

LISTA DE SÍMBOLOS

Alfabeto latino

A_{int}	área interna da seção transversal do <i>riser</i>
A_{ext}	área externa da seção transversal do <i>riser</i>
A_i	área da seção transversal da camada de índice “i”
b_i	largura dos tendões da armadura de tração de índice “i”
E_i	módulo de Young da camada de índice “i”
$F_{i,j}$	força axial na camada de índice “i” e seção de índice “j”
$g_{i,j}$	<i>gap</i> entre as camadas de índice “i” e “i+1” na seção de índice “j”
G_i	módulo de cisalhamento da camada de índice “i”
H	profundidade da lâmina d’água
I_i	momento de inércia flexional da camada plástica de índice “i”
$I_{x,i}$	momento de inércia no eixo x para a armadura de tração de índice “i”
$I_{y,i}$	momento de inércia no eixo y para a armadura de tração de índice “i”
J_i	momento de inércia torcional para a camada de índice “i”
L	comprimento total da linha
L_0	comprimento de um segmento
$M_{f,i,j}$	momento fletor na camada de índice “i” e seção de índice “j”
$M_{t,i,j}$	momento torçor na camada de índice “i” e seção de índice “j”
Nt_i	número de tendões da armadura de tração de índice “i”
N	número total de seções transversais analisadas
$p_{c,i,j}$	pressão de contato entre as camadas de índice “i” e “i+1” na seção de índice “j”
p_{ext}	pressão externa
p_{int}	pressão interna
$p_{ext,j}$	pressão externa na seção de índice “j”
$p_{int,j}$	pressão interna na seção de índice “j”
R_i	raio médio da camada de índice “i”
$R_{ext,i}$	raio externo da camada de índice “i”

$R_{int,i}$	raio interno da camada de índice “i”
s	coordenada curvilínea medida ao longo do eixo central da linha
T	esforço axial na linha
T_e	esforço axial efetivo na linha
T_s	esforço axial solicitante na linha
T_x	componente da tração efetiva na linha na direção horizontal
T_z	componente da tração efetiva na linha na direção vertical
t_i	espessura da camada de índice “i”
w	peso linear (peso por unidade de comprimento da linha)
w_a	peso linear aparente

Alfabeto grego

α_i	ângulo de assentamento da armadura helicoidal de índice “i”
β_j	ângulo de giro por unidade de comprimento da seção de índice “j” (modelo 1)
$\beta_{i,j}$	ângulo de giro por unidade de comprimento da camada de índice “i” e seção de índice “j” (modelo 2)
γ_{ext}	peso específico do fluido externo
γ_{int}	peso específico do fluido interno
γ_i	peso específico da camada de índice “i”
$\Delta\alpha_{i,j}$	variação do ângulo de assentamento da armadura de tração de índice “i” na seção de índice “j”
$\Delta R_{i,j}$	variação do raio médio da camada de índice “i” na seção de índice “j”
$\Delta t_{i,j}$	variação da espessura da camada de índice “i” na seção de índice “j”
ε_j	deformação axial da seção de índice “j” (modelo 1)
$\varepsilon_{i,j}$	deformação axial da camada de índice “i” e seção de índice “j” (modelo 2)
μ	<i>flag</i> que indica estanqueidade da camada
φ_j	ângulo que o versor tangente ao eixo central da linha na seção de índice “j” forma com o eixo horizontal
k_j	curvatura da seção de índice “j”
ν_i	coeficiente de Poisson da camada de índice “i”

Sumário

FICHA CATALOGRÁFICA	3
RESUMO	4
ABSTRACT	7
LISTA DE FIGURAS	8
LISTA DE TABELAS	10
1. Introdução.....	1
1.1. Composição dos cabos umbilicais e tubos flexíveis	2
1.2. Relevância do projeto a ser desenvolvido.....	4
1.3. Estruturação do trabalho	5
2. Modelo de análise global de um <i>riser</i>	6
2.1. Modelo de catenária livre	6
2.2. Submersão da linha	8
2.2.1. Tração efetiva e peso aparente aplicados a tubos submersos	8
2.3. Estudos de caso para o modelo de análise global.....	9
3. Modelo de análise local 1	11
3.1. Modelo 1 para tubos do tipo <i>pipe-in-pipe</i>	11
3.1.1. Modelagem do problema.....	12
3.1.2. Equações propostas.....	14
3.1.3. Resultados obtidos – Estudo de Caso A	16
3.1.4. Resultados obtidos – Estudo de Caso B.....	24
3.2. Modelo de análise local 1 para tubos flexíveis.....	30
3.2.1. Modelagem do problema.....	31
3.2.2. Equações propostas.....	32
3.2.3. Resultados obtidos – Estudo de caso A.....	36
3.2.4. Resultados obtidos – Estudo de caso B	42
4. Modelo de análise local 2 para tubos do tipo <i>pipe-in-pipe</i>	48
4.1. Modelagem	48
4.2. Incógnitas do problema.....	49
4.3. Equações propostas	50
4.4. Resultados obtidos – Estudo de caso A.....	52
4.5. Resultados obtidos – Estudo de caso B	56
5. Comparação entre os modelos.....	59
6. Conclusões.....	67

Referências bibliográficas	68
Anexo A – Compatibilidade de alongamento entre camadas do modelo 2.....	70
Anexo B – Aplicação das equações diferenciais de equilíbrio.....	71

1. Introdução

Segundo a Agência Nacional de Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis, ANP [1], o Brasil possuía, em dezembro de 2013, 25,81 bilhões de barris em reservas totais de petróleo, sendo que, dentre estas reservas, 94,4% localizam-se em águas marinhas. Em particular, a exploração das reservas de petróleo em águas profundas e ultra-profundas tem sido um grande desafio, visto que estão situadas a uma profundidade de 7 mil metros abaixo do nível do mar.

Os equipamentos convencionais utilizados na exploração de petróleo *offshore* são: *manifolds*, que são coletores e distribuidores dos fluidos extraídos ou injetados; *árvores de natal* (ANM), responsáveis pelo controle do fluxo dos fluidos extraídos ou injetados; *risers* (ou tubos flexíveis), que permitem o escoamento de óleo e gás até os equipamentos de superfície; e os cabos umbilicais, que realizam o controle eletro-hidráulico dos equipamentos. A figura 1.1 ilustra algumas das estruturas utilizadas na exploração de óleo e gás.

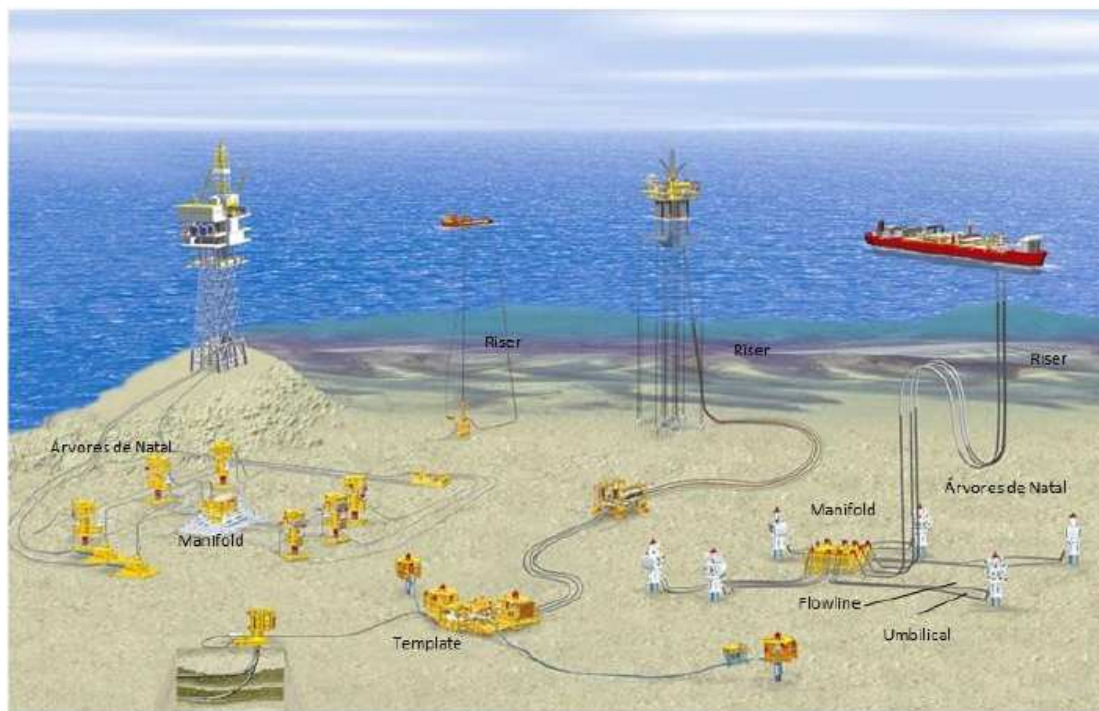


Figura 1.1 – Arranjo submarino para exploração de petróleo [2].

É indiscutível que os tubos flexíveis e cabos umbilicais são equipamentos de elevada importância (e também de elevado custo) no processo de exploração de petróleo, sendo também importante mencionar que, diante do cenário de aquecimento da indústria do petróleo no Brasil, o país tem realizado elevados investimentos nestas estruturas. Como exemplos, cabe mencionar que, só no primeiro semestre de 2012, a empresa francesa Technip venceu a disputa por um contrato de fornecimento de 1400 km de tubos flexíveis para a Petrobras, sendo o contrato avaliado em US\$ 2,1 bilhões [3]. Também, no segundo semestre de 2012, a empresa Oceaneering assinou um contrato com a Petrobras para o fornecimento de 200 km de cabos umbilicais para projetos de desenvolvimento na Bacia de Santos, com investimentos da ordem de US\$ 120 milhões [4].

Além dos altos custos associados à aquisição destes tubos e cabos, deve-se evidenciar ainda o risco de contaminação ambiental intrínseco à falha dos mesmos. A Petrobras, por exemplo, já se envolveu em casos de desastres ambientais nos últimos anos [5], como o ocorrido na Baía de Guanabara, em 2000, quando o rompimento de um duto causou o vazamento de cerca de 800 toneladas de óleo (figura 1.2), afetando não apenas o ecossistema local como também as famílias de pescadores da região.



Figura 1.2 – Vazamento de óleo na Baía de Guanabara [6].

Tendo em vista os altos investimentos realizados na compra de cabos umbilicais e tubos flexíveis e o alto risco ambiental associado, a Petrobras deu início no ano de 2001 a um programa de pesquisa que visa aumentar a segurança no processo de extração de petróleo [5]. O objetivo da parceria é a avaliação da qualidade dos cabos produzidos pelos fornecedores.

1.1. Composição dos cabos umbilicais e tubos flexíveis

No que se refere à constituição dos *risers* e dos cabos umbilicais, ambos são muito parecidos. Um tubo flexível padrão é formado pelas seguintes camadas [7], conforme ilustra a figura 1.3:

- Carcaça intertravada de aço – camada mais interna do tubo (no caso de tubos do tipo *rough bore*) cujo objetivo é impedir o colapso do mesmo. Ela deve, portanto, resistir aos esforços hidrostáticos e à pressão de estrangulamento exercida pelas armaduras de tração;
- Camada plástica interna (*liner*) – camada fabricada em material termoplástico e que tem como função conter os fluidos transportados, garantindo a estanqueidade do tubo;
- Camada circunferencial de pressão – também conhecida como “camada zeta”, esta camada tem a função de suportar eventuais pressões internas e/ou externas elevadas;

- Armadura de tração – composta, em geral, por duas estruturas metálicas helicoidais que envolvem a “camada zeta” e que tem como função suportar os esforços de tração e balancear o torque decorrente dos esforços de tração em cada armadura;
- Capa plástica externa – camada feita de material termoplástico, cujas funções são: garantir o isolamento térmico, manter os tendões das armaduras de tração nas suas respectivas posições e proteger o tubo de processos abrasivos e corrosivos.
- Camadas anti-fricção – camadas formadas por fitas, dispostas na forma helicoidal e colocadas entre as armaduras de tração, com a função de reduzir o atrito entre estas.



Figura 1.3 – Diferentes camadas de um tubo flexível [8].

No que diz respeito aos cabos umbilicais, sua constituição é bem parecida à dos tubos flexíveis, porém contam com a presença de um núcleo eletro-hidráulico e, em geral, não é utilizada a carcaça intertravada, nem a “camada zeta” [2] (ver ilustração na figura 1.4). O núcleo eletro-hidráulico é constituído por:

- Mangueiras – responsáveis pela transmissão da potência hidráulica. Em geral, são constituídas de material termoplástico e possuem diâmetro que varia entre 3/16” e 2” dependendo da função que exercem. Frequentemente apresentam um reforço externo em kevlar para evitar as expansões radiais;
- Cabos elétricos – o umbilical possui cabos para a aquisição de dados (de 2,5 mm² de calibre) e cabos para a transmissão de potência elétrica (de 4 mm² de calibre), que viabilizam os sinais de dados.
- Enchimento ou miolo – Constituído de material elastomérico, tem como função primordial o isolamento térmico dos cabos elétricos e mangueiras e uma melhor distribuição da pressão interna entre o núcleo e as demais camadas do cabo. Ele também diminui o atrito entre cabos e mangueiras.

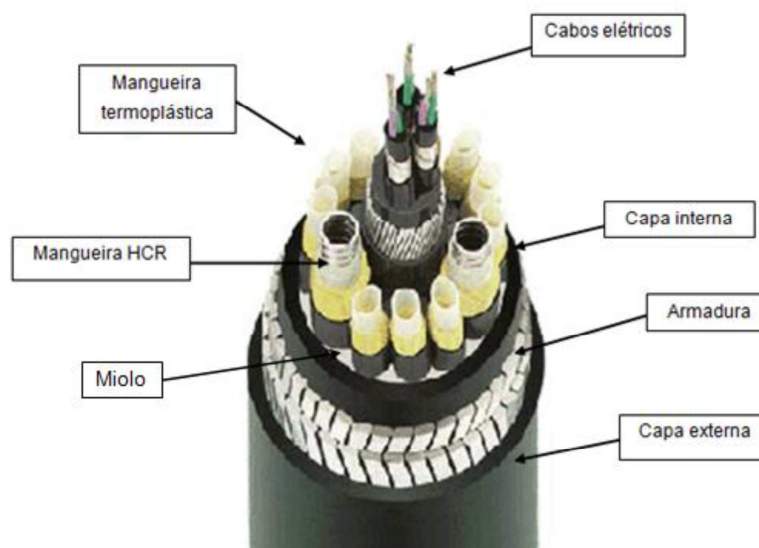


Figura 1.4 – Cabo umbilical convencional [9].

1.2. Relevância do projeto a ser desenvolvido

Como já foi mencionado anteriormente, o estudo do comportamento estrutural destes elementos (tubos e cabos) é extremamente relevante tanto do ponto de vista econômico quanto ambiental. Em geral, estas linhas são superdimensionadas ou utilizadas durante um tempo inferior à sua vida útil real para que se evitem acidentes, como os já ocorridos no passado. Ademais, o manuseio errôneo de tais estruturas, principalmente durante o lançamento das mesmas, pode também colocar em risco a integridade mecânica dos tubos e cabos. Trata-se de investimentos de centenas de milhões de dólares em estruturas que podem ser utilizadas de forma mais racional, mas para isso o uso de modelos matemáticos adequados para a previsão do comportamento mecânico das mesmas é imprescindível.

Os modelos numéricos para a análise estrutural local de cabos umbilicais e tubos flexíveis com programas de elementos finitos são em geral bastante custosos no que se refere ao tempo de simulação (ver, p.ex., Bahtui, Bahai e Alfano [10] e Saevik [11]). Por esta razão, a grande maioria dos trabalhos desenvolvidos na literatura se refere a modelos analíticos (ou analítico-numéricos) que buscam relacionar as várias incógnitas do problema através de equações diferenciais e/ou algébricas (ver, por exemplo, Zubov [12] e Witz e Tan [13]).

Entretanto, tais modelos se baseiam em uma série de hipóteses que simplificam o fenômeno e facilitam sua modelagem. O objetivo deste projeto é a proposição de um novo modelo analítico para a análise estrutural local de tubos do tipo *pipe-in-pipe* (composto por camadas cilíndricas concêntricas) que poderá servir de base para o desenvolvimento de um modelo similar para um *riser* completo (incluindo as camadas helicoidais). Para tanto, serão retomados os modelos já desenvolvidos e será feita a *eliminação das seguintes hipóteses* simplificadoras comumente empregadas nos modelos anteriores (ver, por exemplo, Ramsey [14] e Ramos e Pesce [15]):

- Para uma seção transversal qualquer do *riser*, todas as camadas possuem o mesmo alongamento axial;
- Para uma seção transversal qualquer do *riser*, todas as camadas possuem o mesmo ângulo de giro por unidade de comprimento.

Com o aperfeiçoamento do modelo, serão confrontados os resultados referentes aos esforços internos ao longo da linha, utilizando tanto o modelo aperfeiçoado quanto os modelos anteriores. Qualquer melhoria significativa no modelo pode representar uma variação considerável no tempo de vida útil dos cabos.

1.3. Estruturação do trabalho

A análise estrutural de tubos flexíveis se divide em duas etapas: a primeira é a análise global da linha, que consiste na determinação das solicitações estáticas e dinâmicas a que as mesmas estão sujeitas (isto é, da determinação dos esforços seccionais decorrentes da ação do peso próprio, forças de arrasto, empuxo, etc), além da determinação das configurações geométricas (linha elástica) resultantes. A segunda etapa é a análise local, que consiste na determinação da distribuição de esforços entre as diferentes camadas que compõem o tubo.

Deve-se ressaltar ainda que, embora realizadas separadamente, estas duas análises são interdependentes, ou seja, as entradas de uma são os resultados da outra e vice-versa: a análise global fornece a configuração da linha e os esforços a que ela está sujeita, os quais servem como dados de entrada para a análise local. Já com a análise local, é possível obter os valores de rigidez flexional, torcional e axial da seção transversal, que podem ser utilizados para a determinação (mais precisa) da configuração da linha e, conseqüentemente, de uma nova distribuição de esforços obtidas com esta correção, os quais são importantes em regiões críticas como nas proximidades do ponto onde a linha toca o leito do mar, mais conhecido como *TDP (Touch Down Point)*.

O presente trabalho se divide em cinco partes:

- Na primeira parte (seção 2) será exposto o modelo de análise global que servirá de base para fornecer os dados de entrada para os modelos de análise local posteriores. Serão introduzidos também os conceitos de tração efetiva e de peso aparente;
- Na segunda parte (seção 3) será apresentado o modelo analítico que considera a hipótese de não escorregamento entre as camadas (aqui denominado de modelo 1) o qual está baseado no trabalho de Ramos [7]. Primeiramente, será apresentado o equacionamento para tubos compostos apenas por camadas cilíndricas, do tipo *pipe-in-pipe*, para o qual serão considerados dois estudos de caso (cujos resultados poderão ser confrontados futuramente, após as devidas modificações para o novo modelo). Na sequência, será apresentado o equacionamento para um tubo flexível completo, ou seja, composto por camadas cilíndricas e camadas helicoidais. Aplicando a metodologia proposta para o tubo flexível completo, serão apresentados os resultados para um estudo de caso de um tubo flexível de cinco camadas;

- Na terceira parte (seção 4) será formulado o modelo analítico de um tubo do tipo *pipe-in-pipe*, que prescindia das hipóteses de mesmo alongamento axial e mesmo ângulo de giro por unidade de comprimento das camadas nas seções do tubo (aqui denominado de modelo 2). Este modelo será aplicado aos mesmos dois estudos de caso realizados para o modelo 1 de tubo *pipe-in-pipe*;
- Na quarta parte (seção 5) será feita uma comparação entre os resultados obtidos para o modelo 1 e para o modelo 2 para os tubos do tipo *pipe-in pipe* analisados;
- Na quinta parte (seção 6) serão expostas as conclusões do trabalho.

2. Modelo de análise global de um *riser*

Tendo em vista que o objetivo do presente projeto é desenvolver um novo modelo de análise local, refutando as hipóteses já discutidas, o modelo de análise global será feito de forma bastante simplificada. Com este intuito serão admitidas as seguintes hipóteses simplificadoras para tal modelo:

- Linha inextensível e infinitamente flexível disposta em catenária livre (modelo plano de configuração da linha);
- Ausência de forças de correnteza e de escoamento interno na linha (fluido interno ao tubo flexível em condições estáticas);
- Não há atrito entre o solo e a linha;
- Não há momento de torção distribuído ao longo da linha;
- Leito do mar é plano.

2.1. Modelo de catenária livre

As equações do modelo analítico de catenária livre, apresentadas a seguir, podem ser encontradas, por exemplo, em Irvine [16]. Para o que segue, consideraremos um sistema de coordenadas Oxz fixo e com origem no *TDP* e denominaremos s o comprimento de arco medido ao longo do eixo central da linha a partir desta origem. O ângulo que o versor tangente ao eixo central da linha forma com o plano horizontal será denotado por $\varphi = \varphi(s)$ e o esforço de tração ao longo da linha será denotado por $T = T(s)$. Finalmente, o peso linear (peso por unidade de comprimento) da linha será denotado por w (suposto constante ao longo do comprimento de arco) e L representará o comprimento suspenso da linha. A figura 2.1 ilustra um trecho infinitesimal da linha, de comprimento ds , sob ação dos esforços indicados (tração e peso distribuído).

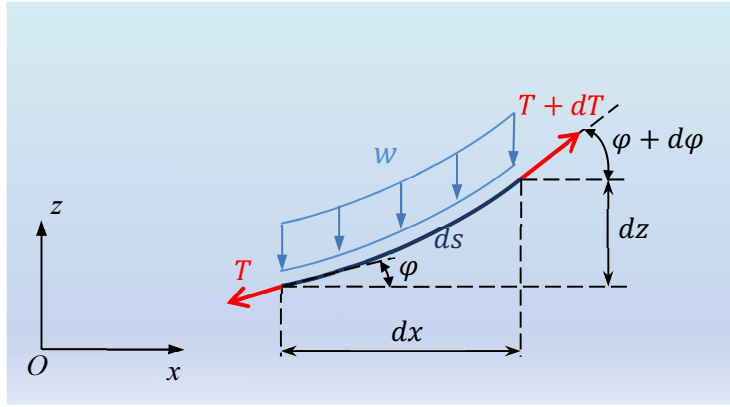


Figura 2.1 – Trecho infinitesimal da linha.

A partir da figura 2.1 é possível obter as seguintes relações:

$$\frac{dx}{ds} = \cos\varphi \quad (1)$$

$$\frac{dz}{ds} = \sin\varphi \quad (2)$$

$$T \cos\varphi = T_x \quad (3)$$

$$w = \frac{d(T \sin\varphi)}{ds} \quad (4)$$

A partir destas equações pode-se obter a seguinte equação diferencial de segunda ordem que descreve a configuração da catenária:

$$\frac{d^2z}{dx^2} - \frac{w}{T_x} \sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2} = 0 \quad (5)$$

Cuja solução é:

$$z(x) = \pm \frac{T_x}{w} \cosh\left(\frac{w}{T_x}x + A\right) + B \quad (6)$$

Considerando-se as condições de contorno dadas a seguir,

$$z(0) = 0 \quad e \quad \tan(\varphi(0)) = \frac{dz}{dx}(0) = 0$$

É possível obter os valores de A e B . Assim a equação de catenária para o problema estudado fica dada por:

$$z(x) = \frac{T_x}{w} \left[\cosh\left(\frac{w}{T_x}x\right) - 1 \right] \quad (7)$$

A partir da equação (7) pode-se obter outras expressões (ver Irvine [16]), dentre as quais serão úteis ao trabalho aqui desenvolvido as que fornecem o ângulo de inclinação ao longo da linha ($\varphi = \varphi(s)$), a posição vertical em função da coordenada s ($z = z(s)$), a curvatura do eixo central ($k = k(s)$) e a tração ao longo da linha ($T = T(s)$):

$$\tan \varphi(s) = \frac{w}{T_x} s \quad (8)$$

$$z(s) = \frac{T_x}{w} \left(\sqrt{1 + \left(\frac{w}{T_x} s \right)^2} - 1 \right) \quad (9)$$

$$k(z) = \frac{wT_x}{(wz + T_x)^2} \quad (10)$$

$$T = \sqrt{T_x^2 + (ws)^2} \quad (11)$$

Usualmente são conhecidos três dos parâmetros de lançamento da linha: a altura da lâmina d'água (H), o peso linear da linha (w) e o ângulo no topo ($\varphi(L)$). Com tais informações é possível resolver um sistema com as equações (8) e (9) e assim obter todos os outros parâmetros.

2.2. Submersão da linha

A formulação acima apresentada não considera, entretanto, os efeitos decorrentes da submersão da linha no mar e da presença de um fluido interno ao tubo. Tais fatores geram uma pressão interna e uma externa à linha (causando um efeito de empuxo) e um aumento do peso da linha, devido à presença do fluido interno. Ao se considerar tais efeitos tanto o peso linear quanto a tração ao longo da linha se alteram. Serão definidos, portanto, dois novos conceitos: o de tração efetiva e de peso aparente.

2.2.1. Tração efetiva e peso aparente aplicados a tubos submersos

De acordo com o Princípio de Arquimedes, todo corpo imerso em um fluido sofre uma força vertical para cima (empuxo) cuja intensidade é igual ao peso do fluido deslocado pelo corpo [17]. Tal princípio, entretanto, só é válido quando admitida a hipótese de que o corpo é fechado e está completamente imerso no fluido. Esta condição impede sua aplicação direta aos modelos de linha aqui desenvolvidos, pois cada segmento está ligado a um segmento posterior e a um precedente e, portanto, não pode ser considerado como um corpo fechado. Para solucionar este problema serão empregados os conceitos de tração efetiva e peso aparente, conforme apresentados por Sparks [18].

Para o caso específico de um tubo submerso, a tração efetiva e o peso aparente podem ser obtidos conforme mostrado no diagrama de forças da figura 2.2.

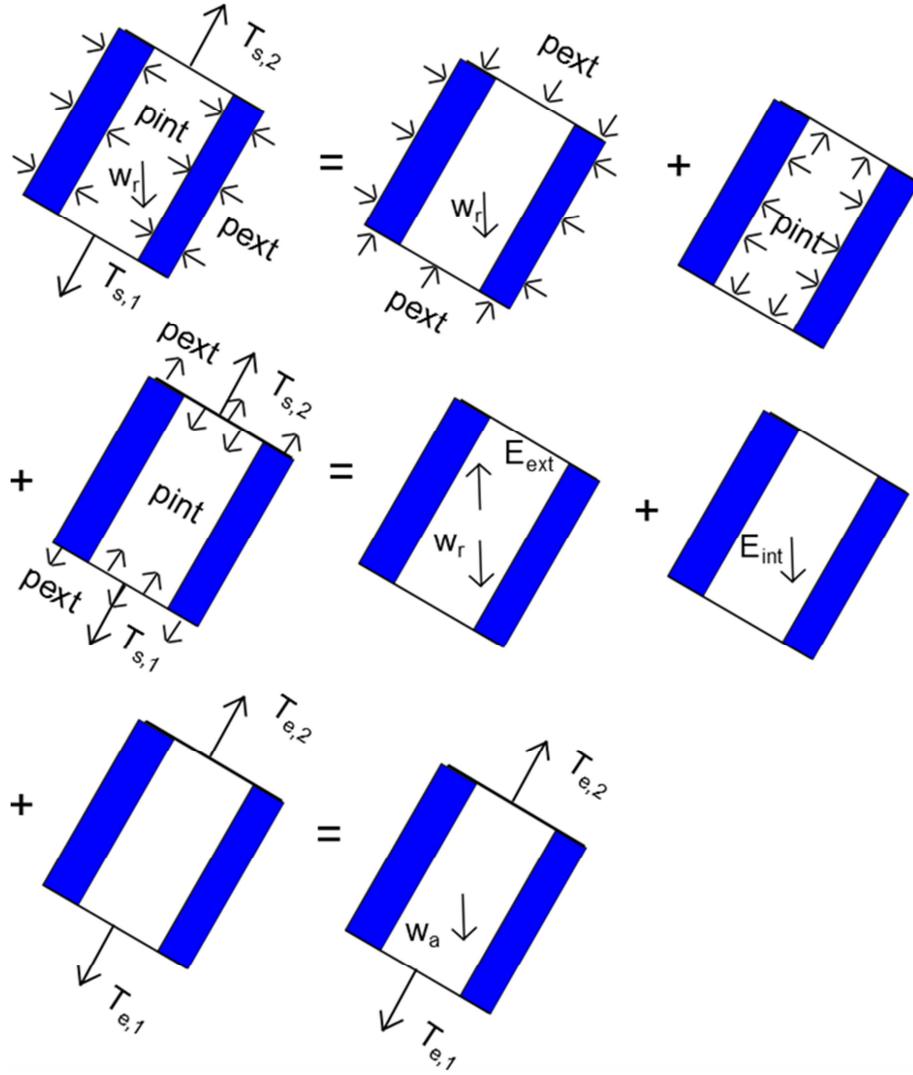


Figura 2.2 – Esforços equivalentes atuantes em um segmento de riser.

Considerando que p_{int} é a pressão interna ao *riser* numa dada seção, p_{ext} é a pressão externa nesta mesma seção, w_r é o peso linear do *riser* (no ar), T_s é a tração solicitante a qual a seção do *riser* está submetida, E_{ext} é o empuxo exercido pelo líquido externo e E_{int} é o “empuxo” exercido pelo fluido interno (equivalente ao peso do fluido interno), pode-se escrever a tração efetiva (T_e) e o peso linear aparente (w_a) na forma das equações (12) e (13) abaixo.

$$T_e = T_s - p_{int}A_{int} + p_{ext}A_{ext} \quad (12)$$

$$w_a = w_r + \gamma_{int}A_{int} - \gamma_{ext}A_{ext} \quad (13)$$

2.3. Estudos de caso para o modelo de análise global

Consideraremos dois estudos de caso (denominados A e B) para que o modelo de análise global apresentado forneça os dados de entrada necessários aos modelos de análise local de

tubos (a serem apresentados na seção 3). Os dados de entrada necessários para a análise global destes dois estudos de caso estão indicados nas tabelas 2.1 e 2.2 a seguir:

Tabela 2.1 – Dados de entrada para análise global de tubo do tipo *pipe-in-pipe* (Caso A).

<i>Características da linha</i>	
Ângulo no topo (graus)	75
Peso linear aparente da linha ¹ (N/m)	264,9
Altura da lâmina d'água (m)	50
Proporção do comprimento total da linha que está apoiada no leito do mar	1/10

Tabela 2.2 – Dados de entrada para análise global de tubo do tipo *pipe-in-pipe* (Caso B).

<i>Características da linha</i>	
Ângulo no topo (graus)	80
Peso linear aparente da linha (N/m)	825,3
Altura da lâmina d'água (m)	100
Proporção do comprimento total da linha que está apoiada no leito do mar	1/10

Com relação às alturas das lâminas d'água consideradas nestes estudos de caso, é notório que os valores indicados (50m e 100m) estão bem abaixo das profundidades em que tubos flexíveis são instalados (em geral, em profundidades da ordem de 2000m ou mais). Contudo, sabendo de antemão que estudos de caso envolvendo comprimentos de linha desta magnitude (ou seja, cerca de 2000m) poderiam levar a um aumento significativo no número de incógnitas a serem determinadas (dependendo também da discretização a ser feita no comprimento da linha), e considerando ainda o fato de que este estudo é um estudo ainda exploratório sobre um possível novo modelo de análise estrutural local de tubos flexíveis, optou-se por adotar alturas de lâminas d'água relativamente reduzidas em ambos os casos. Desta forma, é oportuno esclarecer que os estudos de caso aqui analisados não tem a pretensão de reproduzir casos reais.

¹ Para a análise de tubo flexível completo, a ser feita na seção 3.2.4, o peso aparente da linha será modificado para 94,2 N/m. Os demais parâmetros serão mantidos como os indicados nas tabelas 2.1 e 2.2.

Ainda, conforme pode ser observado na equação (12), a tração efetiva irá depender das pressões interna e externa atuantes numa dada seção da linha. Tais pressões serão definidas como as pressões estáticas exercidas pelos fluidos interno e externo, respectivamente, aumentando linearmente com a profundidade conforme as equações dadas a seguir:

$$p_{int}(z) = \gamma_{int}(H - z) \quad (14)$$

$$p_{ext}(z) = \gamma_{ext}(H - z) \quad (15)$$

Onde H refere-se à altura da lâmina d'água e γ_{int} e γ_{ext} referem-se aos pesos específicos do fluido interno e externo, respectivamente, cujos valores estão indicados na tabela 2.3.

Tabela 2.3 – Pesos específicos dos fluidos interno e externo [19].

<i>Pesos específicos dos fluidos (N/m³)</i>	
Petróleo bruto (fluido interno)	8500
Água marinha (fluido externo)	10250

3. Modelo de análise local 1

O modelo de análise estrutural local desenvolvido nesta seção parte da hipótese de que, para uma seção qualquer da linha, todas as camadas possuem o mesmo alongamento axial e o mesmo ângulo de giro por unidade de comprimento. Além desta hipótese, também serão admitidas as seguintes premissas:

- Os materiais que constituem cada camada são homogêneos, isotrópicos e possuem comportamento elástico-linear;
- Na condição inicial (não deformada) do *riser*, não há pressão de contato nem *gap* (espaçamento) entre as camadas.

3.1. Modelo 1 para tubos do tipo *pipe-in-pipe*

Inicialmente trataremos da modelagem de tubos formados apenas por camadas cilíndricas concêntricas, ou seja, tubos do tipo *pipe-in-pipe*. Como já mencionado, serão considerados dois estudos de caso: no primeiro, o tubo será constituído por duas camadas, cujas propriedades geométricas e de material estão expostas na tabela 3.1, sendo que os dados de entrada para a análise global deste tubo foram descritos na tabela 2.1; já, no segundo caso, o tubo será constituído por duas camadas, cujas propriedades estão expostas na tabela 3.2, e cujos dados de entrada para a análise global foram descritos na tabela 2.2.

Tabela 3.1 – Propriedades geométricas e físicas das camadas (Caso A).

<i>Propriedades</i>	<i>Camada interna</i>	<i>Camada externa</i>
Material	aço	alumínio
Raio médio (mm)	50	60
Espessura (mm)	10	10
Módulo de Young (GPa)	207	69
Coefficiente de Poisson	0,29	0,33
Peso específico (N/m ³)	78000	27000

Tabela 3.2 – Propriedades geométricas e físicas das camadas (Caso B).

<i>Propriedades</i>	<i>Camada interna</i>	<i>Camada externa</i>
Material	Poliamida 12	aço
Raio médio (mm)	266	295,5
Espessura (mm)	50	9
Módulo de Young (MPa)	280	207000
Coefficiente de Poisson	0,40	0,29
Peso específico (N/m ³)	10400	78000

3.1.1. Modelagem do problema

O estudo do comportamento da linha e de todas suas camadas, vistas como meios contínuos, é uma tarefa difícil de ser realizada; portanto decidiu-se adotar um modelo de análise estrutural local baseado na discretização da linha em vários segmentos. Assim, ao longo do comprimento total da linha (soma do comprimento da parte suspensa com o comprimento da parte apoiada no leito do mar) foram consideradas N seções transversais igualmente espaçadas, gerando $N - 1$ segmentos de mesmo comprimento L_0 . Em virtude dos esforços aplicados a linha, sabemos que cada camada, em cada uma destas N seções transversais, estará sujeita a um conjunto de esforços a serem determinados, sendo eles:

- a força axial suportada pela i -ésima camada da j -ésima seção transversal ($F_{i,j}$);
- o momento torçor suportado pela i -ésima camada da j -ésima seção transversal ($M_{t,ij}$);
- o momento fletor suportado pela i -ésima camada da j -ésima seção transversal ($M_{f,ij}$);
- as pressões de contato entre as camadas ($p_{c,ij}$) ou *gaps* formados (g_{ij}).

Tais solicitações estão ilustradas na figura 3.1 para o caso particular de um tubo formado por duas camadas cilíndricas. Com respeito às deformações a serem consideradas pela ação destes esforços, teremos que determinar em cada seção transversal:

- o alongamento axial das camadas (ε_j);
- o ângulo de giro por unidade de comprimento (β_j);
- a curvatura do eixo central (k_j);
- a variação do raio médio de cada camada ($\Delta R_{i,j}$);
- a variação de espessura de cada camada ($\Delta t_{i,j}$).

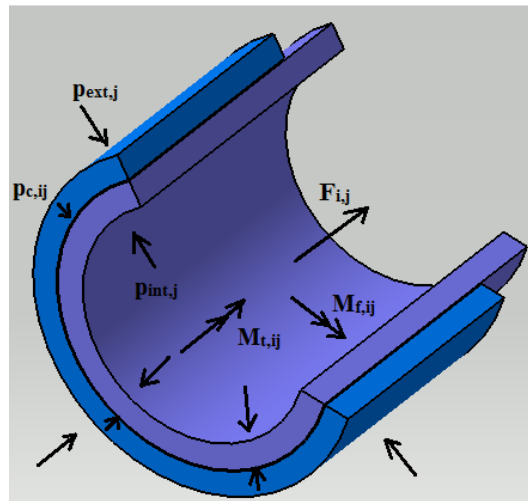


Figura 3.1 – Esforços numa dada seção de uma linha composta por duas camadas.

Também é importante ressaltar que, na eventualidade de a pressão de contato entre duas camadas adjacentes resultar nula, a incógnita que deve substituir a pressão de contato (perfeitamente determinada nesta situação) é o *gap*, ou abertura, (g_{ij}) que passará a existir entre as duas camadas consideradas (camadas j e $j+1$). Porém, como não se sabe de antemão se haverá pressão de contato ou formação de *gap* entre duas camadas quaisquer, a solução deve ser encontrada de maneira iterativa: na primeira iteração será feita a hipótese de que em todas as seções transversais nunca há formação de *gap* entre duas camadas quaisquer, sendo as pressões de contato as incógnitas do problema; dentre os resultados desta primeira iteração poderá haver seções com pressões de contato negativas entre camadas adjacentes, o que indica a possibilidade de formação de *gap* nesta seção entre as camadas consideradas. Assim, numa segunda iteração as pressões de contato negativas são anuladas e as incógnitas são substituídas pelos *gaps* formados. O resultado deve prosseguir até que todas as pressões de contato e todos os *gaps* formados, quando houver, resultem positivos (ou nulos).

Considerando finalmente que m é o número de camadas cilíndricas do tubo e que N é o número total de seções transversais da linha (do ponto de ancoragem até o ponto de conexão na unidade flutuante), teremos do exposto o seguinte número de incógnitas para cada tipo de incógnita apresentado:

$$\begin{cases} \Delta R_{i,j}, \Delta t_{i,j}, F_{i,j}, M_{t,ij}, M_{f,ij} & 5mN \\ \varepsilon_j, \beta_j, k_j & 3N \\ p_{c,ij} \text{ ou } g_{i,j} & (m-1)N \end{cases}$$

Obtendo-se um total de incógnitas igual a:

$$(6m + 2)N$$

3.1.2. Equações propostas

Para que se possa resolver o problema deve-se obter um número de equações (linearmente independentes) igual ao número de incógnitas. Seguindo a metodologia proposta por Ramos [7], apresentamos a seguir as equações (16), (17), (18) e (19) que correspondem respectivamente às equações 5.12, 5.16, 5.15 e 5.11 indicadas nessa referência.

A equação (16) relaciona a força axial solicitante suportada pela camada com o alongamento axial e com as pressões de contato interna e externa atuantes nas superfícies da camada:

$$F_{i,j} = E_i A_i \varepsilon_j + A_i \left(1 - \frac{t_i}{2R_i}\right) \frac{v_i(2R_i - t_i)}{2t_i} p_{c,i-1,j} - A_i \left(1 + \frac{t_i}{2R_i}\right) \frac{v_i(2R_i + t_i)}{2t_i} p_{c,ij} \quad (16)$$

As equações (17) e (18) fornecem a variação de espessura e de raio médio da camada:

$$\begin{aligned} \Delta t_{i,j} = & -v_i t_i \varepsilon_j - \left(1 - \frac{t_i}{2R_i}\right) \left[\frac{(1 - v_i^2)t_i}{2E_i} + \frac{v_i(1 + v_i)R_i}{E_i} \right] p_{c,i-1,j} \\ & - \left(1 + \frac{t_i}{2R_i}\right) \left[\frac{(1 - v_i^2)t_i}{2E_i} - \frac{v_i(1 + v_i)R_i}{E_i} \right] p_{c,ij} \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \Delta R_{i,j} = & -v_i R_i \varepsilon_j + \left(1 - \frac{t_i}{2R_i}\right) \left[\frac{(1 - v_i^2)R_i^2}{t_i E_i} + \frac{v_i(1 + v_i)R_i}{2E_i} \right] p_{c,i-1,j} \\ & - \left(1 + \frac{t_i}{2R_i}\right) \left[\frac{(1 - v_i^2)R_i^2}{t_i E_i} - \frac{v_i(1 + v_i)R_i}{2E_i} \right] p_{c,ij} \end{aligned} \quad (18)$$

Deve-se observar que o subscrito i nas equações acima pode valer 1 ou 2 (para os tubos analisados nos estudos de caso A e B), sendo que $p_{c,0j} = p_{int,j}$ e $p_{c,2j} = p_{ext,j}$.

A equação de compatibilidade de deformação entre as camadas assegura que:

$$\Delta R_{i+1,j} = \Delta R_{i,j} + \frac{(\Delta t_{i,j} + \Delta t_{i+1,j})}{2} + g_{i,j} \quad (19)$$

E a equação que estabelece a relação entre o ângulo de giro por unidade de comprimento e o momento torçor suportado pela camada fornece:

$$\beta_j = \frac{M_{t,ij}}{G_i J_i} \quad (20)$$

O momento torçor total (em cada seção) é igual à soma dos momentos torçores de cada camada. Como, para os casos analisados, não há momento torçor aplicado externamente e a configuração do eixo central da linha é plana (sem apresentar tortuosidade), obtém-se a equação de equilíbrio a ser considerada em cada seção transversal:

$$\sum_{i=1}^m M_{t,ij} = 0 \quad (21)$$

A curvatura correspondente em cada seção pode ser obtida a partir da equação (10) oriunda do modelo global e reapresentada abaixo:

$$k_j = \frac{w_a T_x}{(w_a z_j + T_x)^2} \quad (22)$$

Onde é importante lembrar que T_x corresponde à componente horizontal do *esforço de tração efetiva*, determinado como parte da solução do problema de análise global da linha. Logo, a variação da curvatura ao longo da linha, nos casos aqui analisados, ocorre apenas em virtude da variação da cota $z_j = z_j(s_j)$ (ver equação (9)).

O momento fletor suportado pela i -ésima camada da j -ésima seção transversal pode ser calculado (de forma relativamente simples) pelo produto entre a rigidez flexional da referida camada pela curvatura do eixo central naquela seção, ou seja:

$$M_{f,ij} = k_j E_i I_i \quad (23)$$

Finalmente, sabe-se que a tração T expressa na equação (11) corresponde à tração efetiva numa dada seção transversal, a qual pode ser expressa em função das forças axiais suportadas pelas camadas do tubo (ou seja, pela tração solicitante) e das pressões interna e externa, como expresso na equação (12). Resulta, portanto, a seguinte equação de equilíbrio de forças em cada seção transversal:

$$\sum_{i=1}^m F_{i,j} - p_{int,j} A_{int} + p_{ext,j} A_{ext} = T_j \quad (24)$$

Lembrando que m corresponde ao número de camadas cilíndricas do tubo, e N , ao número de seções transversais da linha, temos o seguinte número de equações para os diversos tipos de equações apresentadas:

$$\begin{cases} (16), (17), (18), (20), (23) & 5mN \\ (19) & (m-1)N \\ (21), (22), (24) & 3N \end{cases}$$

Obtêm-se, portanto, um número total de equações igual a:

$$(6m + 2)N$$

Que corresponde exatamente ao número de incógnitas do problema.

3.1.3. Resultados obtidos – Estudo de Caso A

As equações do modelo de análise local 1 foram implementadas em um código utilizando o programa MatLab. Inicialmente, são apresentados os resultados do modelo de análise global para o estudo de caso A, como: a geometria da linha disposta em catenária (Figura 3.2); a variação de curvatura do eixo central ao longo da linha (Figura 3.3), o ângulo que o versor tangente ao eixo central forma com o plano horizontal (Figura 3.4) e as variações da força de tração efetiva e solicitante ao longo da linha (Figura 3.5).

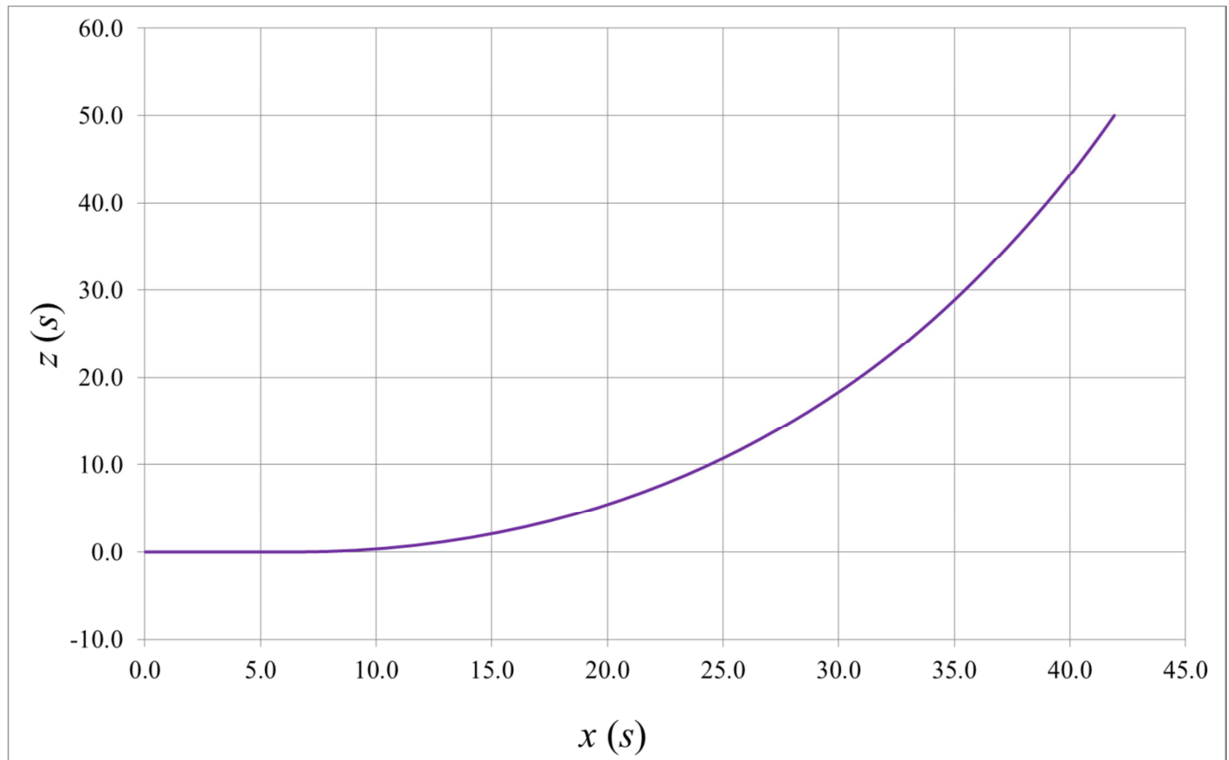


Figura 3.2 – Geometria da linha disposta em catenária (estudo de caso A).

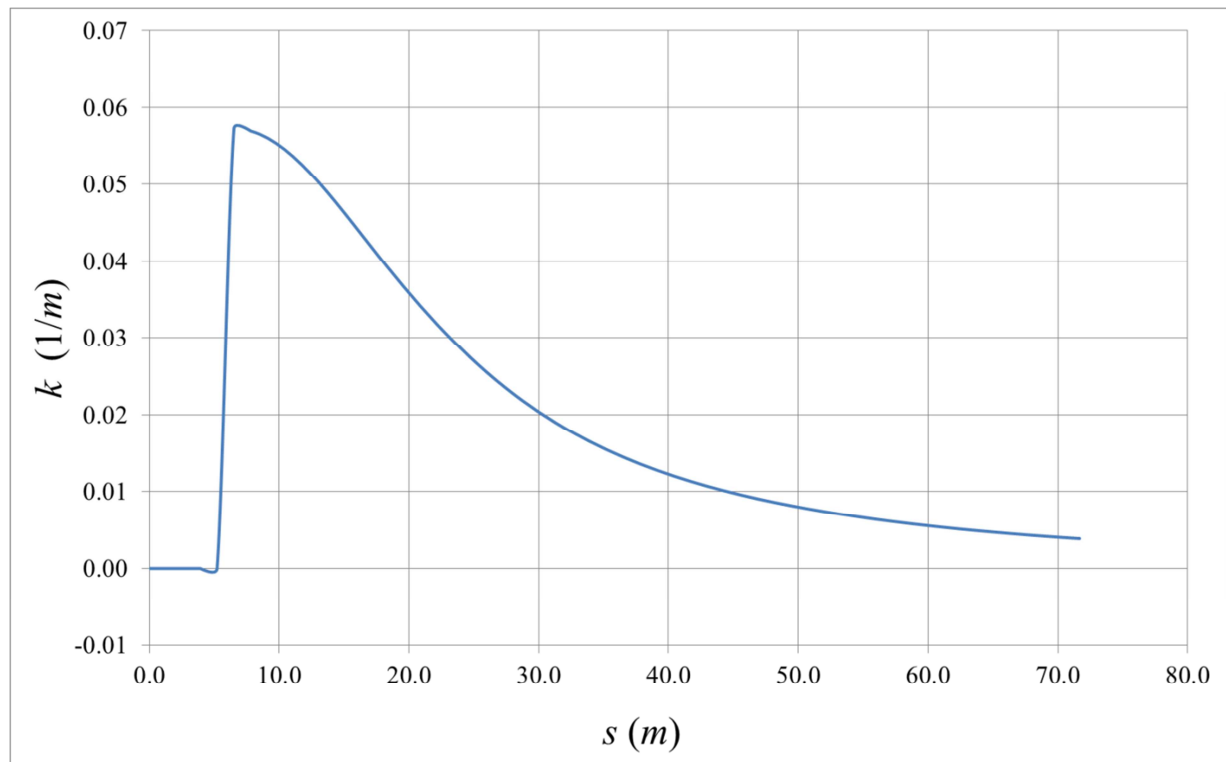


Figura 3.3 – Curvatura do eixo central (estudo de caso A).

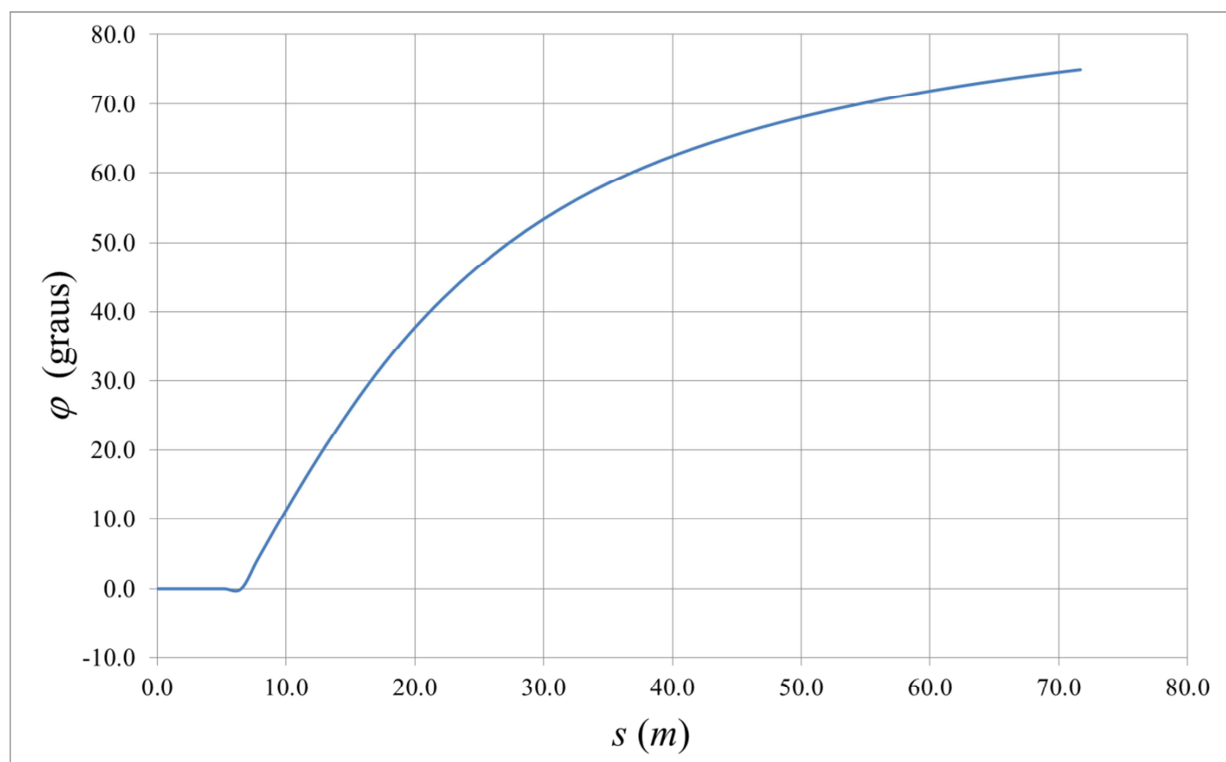


Figura 3.4 – Ângulo $\varphi = \varphi(s)$ com o plano horizontal (estudo de caso A).

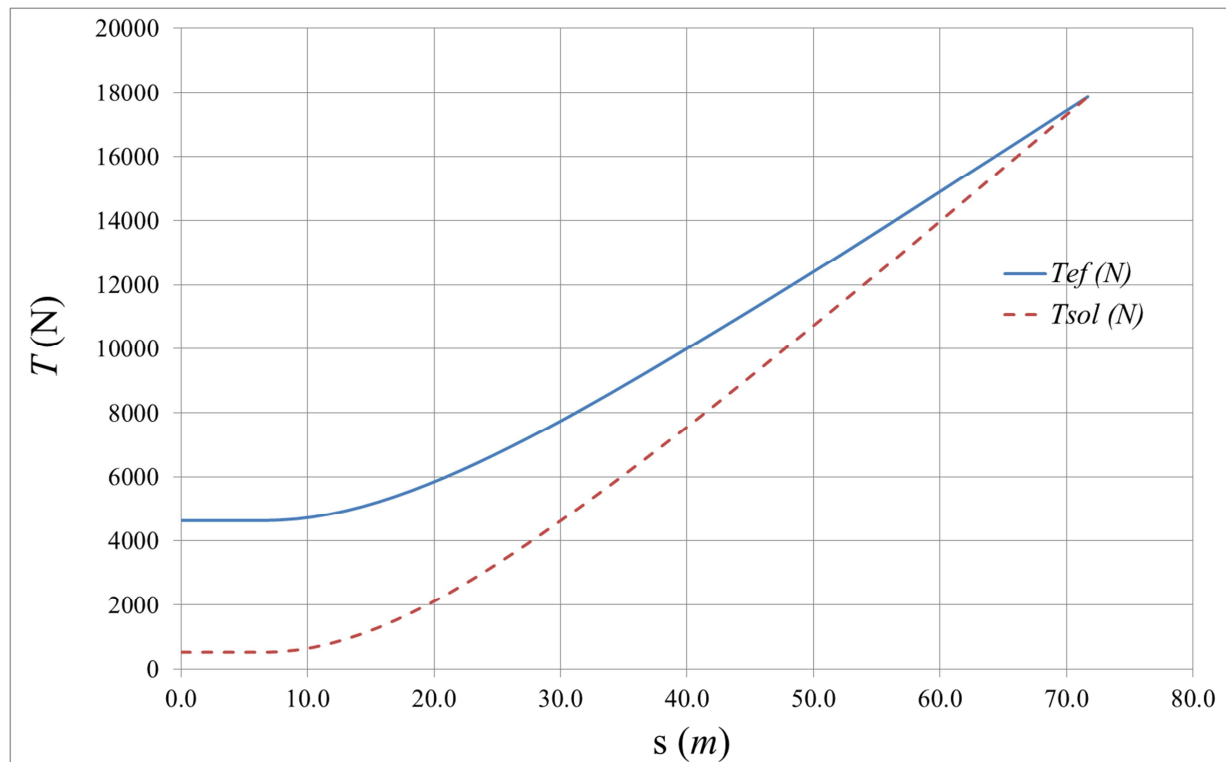


Figura 3.5 – Forças efetiva e solicitante nas seções (estudo de caso A).

Partindo, agora, para os resultados do modelo de análise local 1 para o estudo de caso A, as figuras 3.6 a 3.11 mostram alguns resultados de interesse, como:

- A distribuição de forças solicitantes nas duas camadas ao longo do comprimento de arco s (Figura 3.6);
- A variação do raio das camadas ao longo do comprimento de arco s (Figura 3.7);
- A variação de espessura das camadas ao longo do comprimento de arco s (Figura 3.8);
- O alongamento axial ao longo do comprimento de arco s (Figura 3.9);
- A pressão de contato na interface entre as duas camadas ao longo do comprimento de arco s (Figura 3.10);
- O gap formado entre as duas camadas ao longo do comprimento de arco s (Figura 3.11).

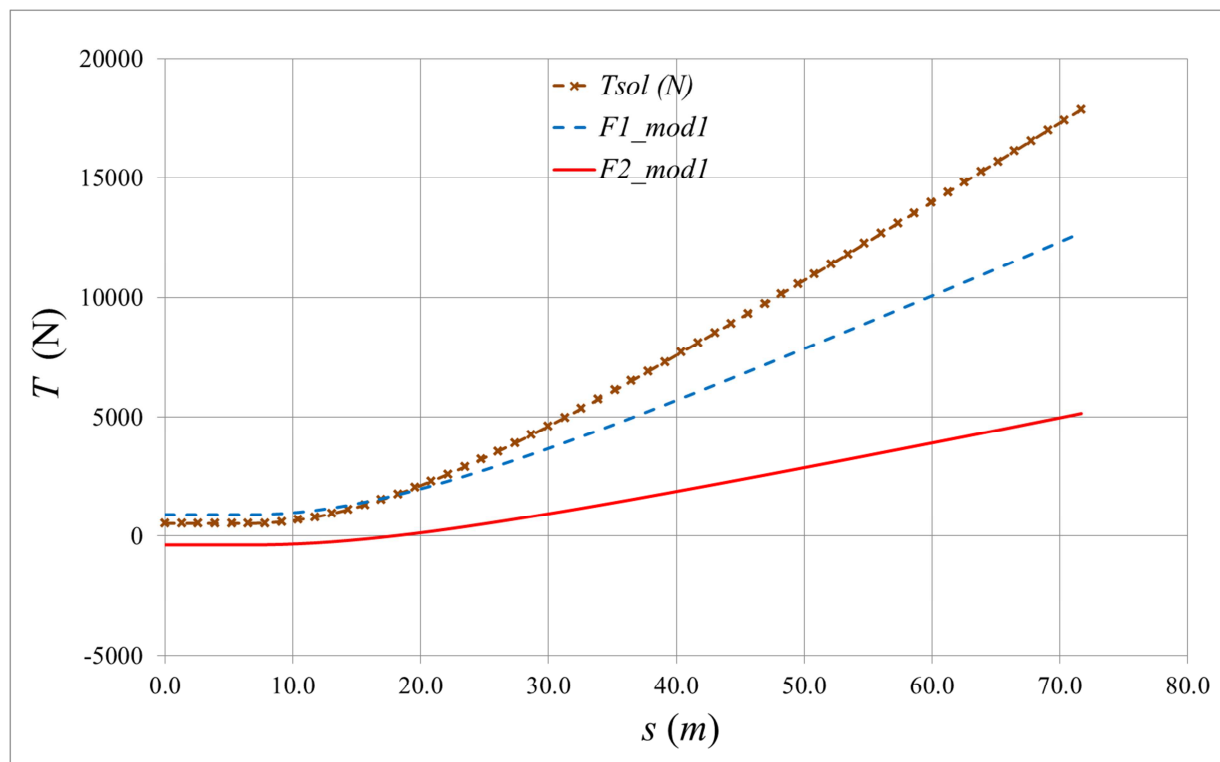


Figura 3.6 – Força axial solicitante nas camadas (modelo 1, estudo de caso A).

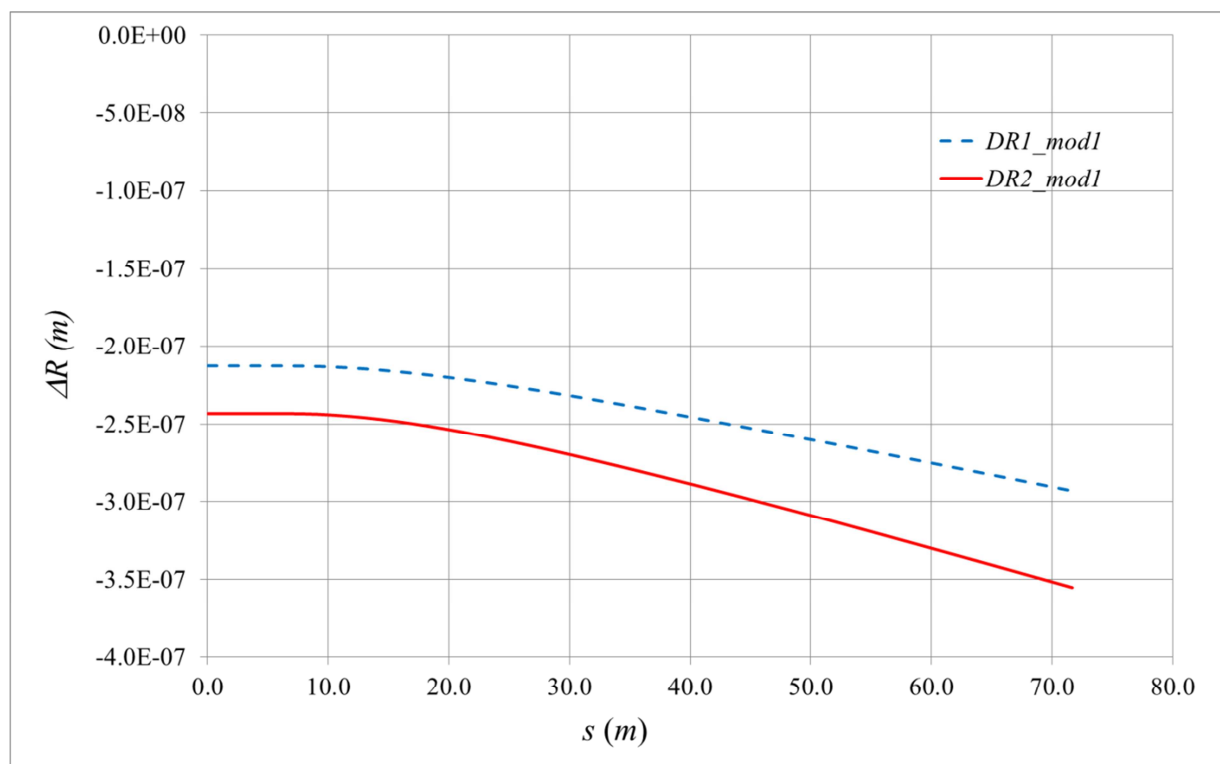


Figura 3.7 – Variação do raio médio das camadas (modelo 1, estudo de caso A).

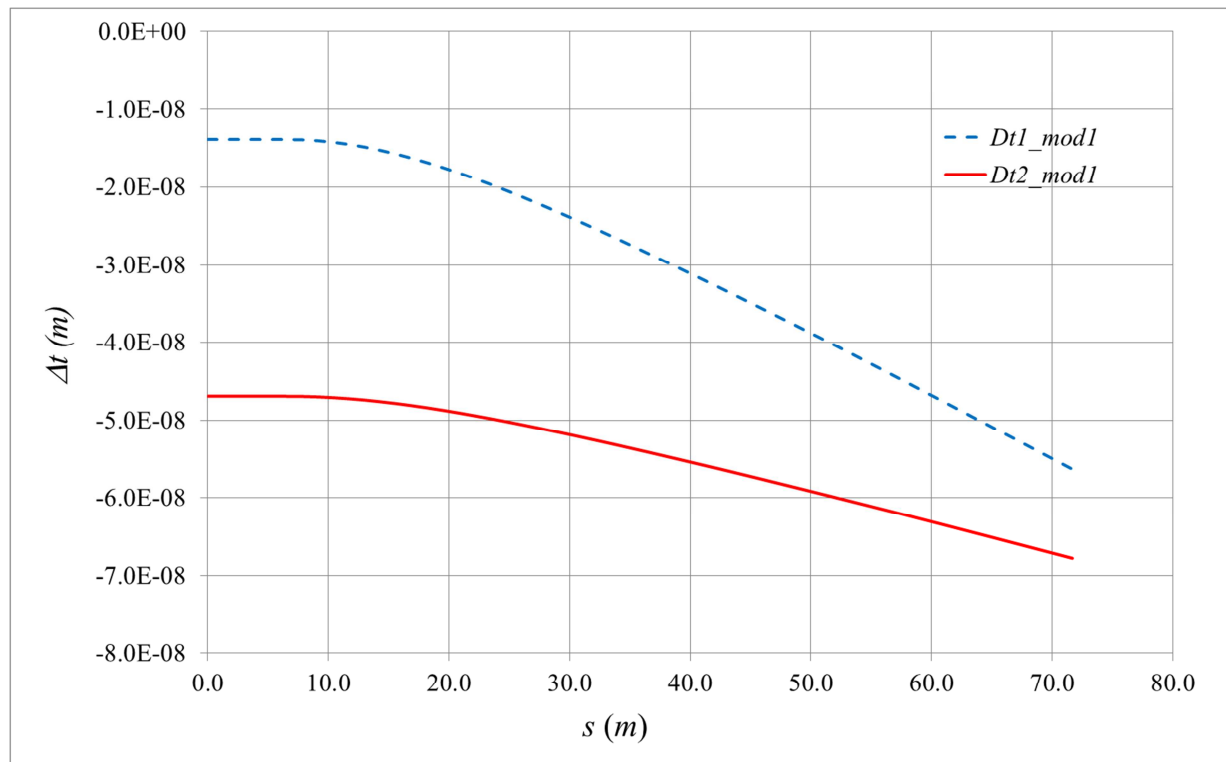


Figura 3.8 – Variação da espessura das camadas (modelo 1, estudo de caso A).

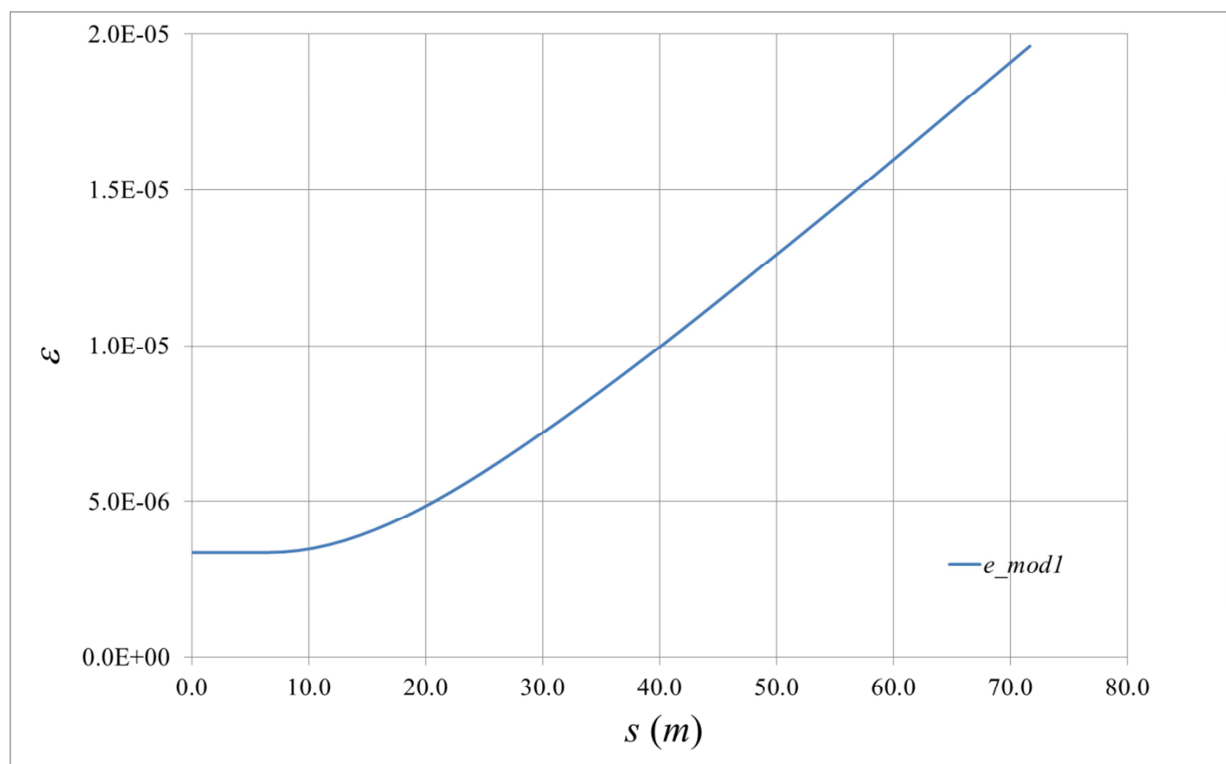


Figura 3.9 – Alongamento axial ao longo do riser (modelo 1, estudo de caso A).

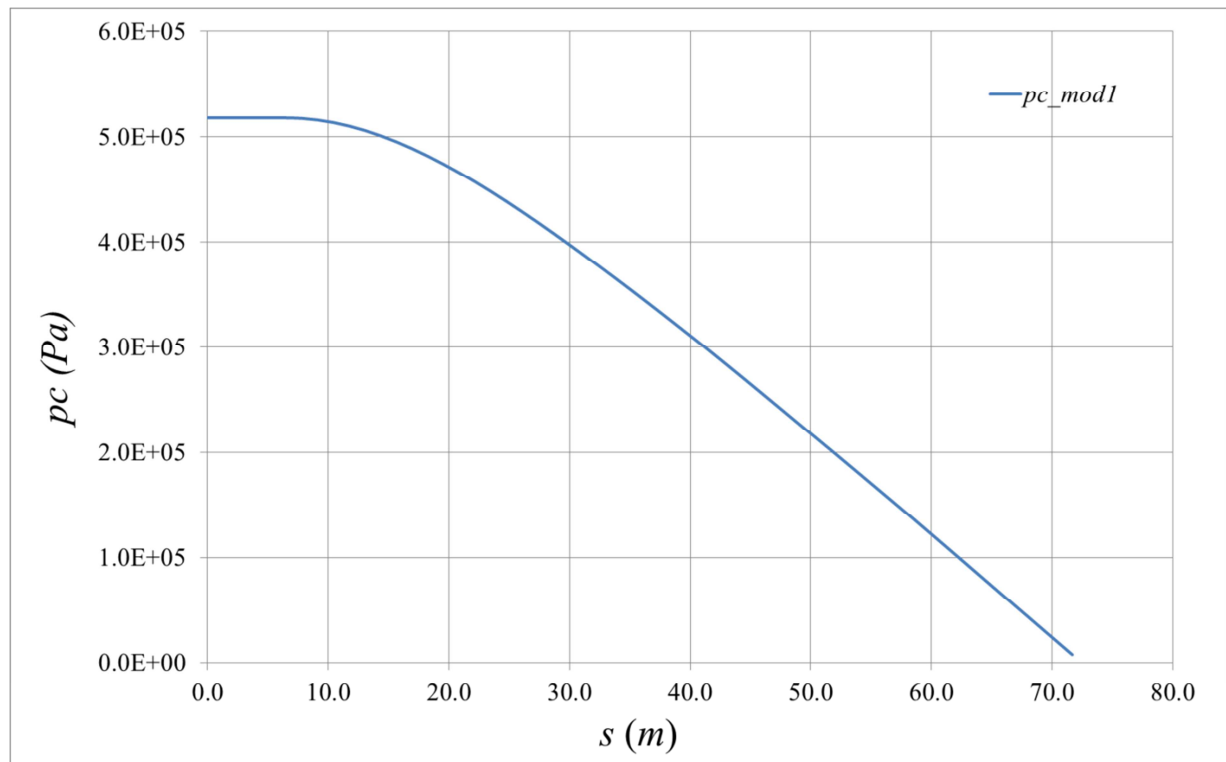


Figura 3.10 – Pressão de contato entre as camadas (modelo 1, estudo de caso A).

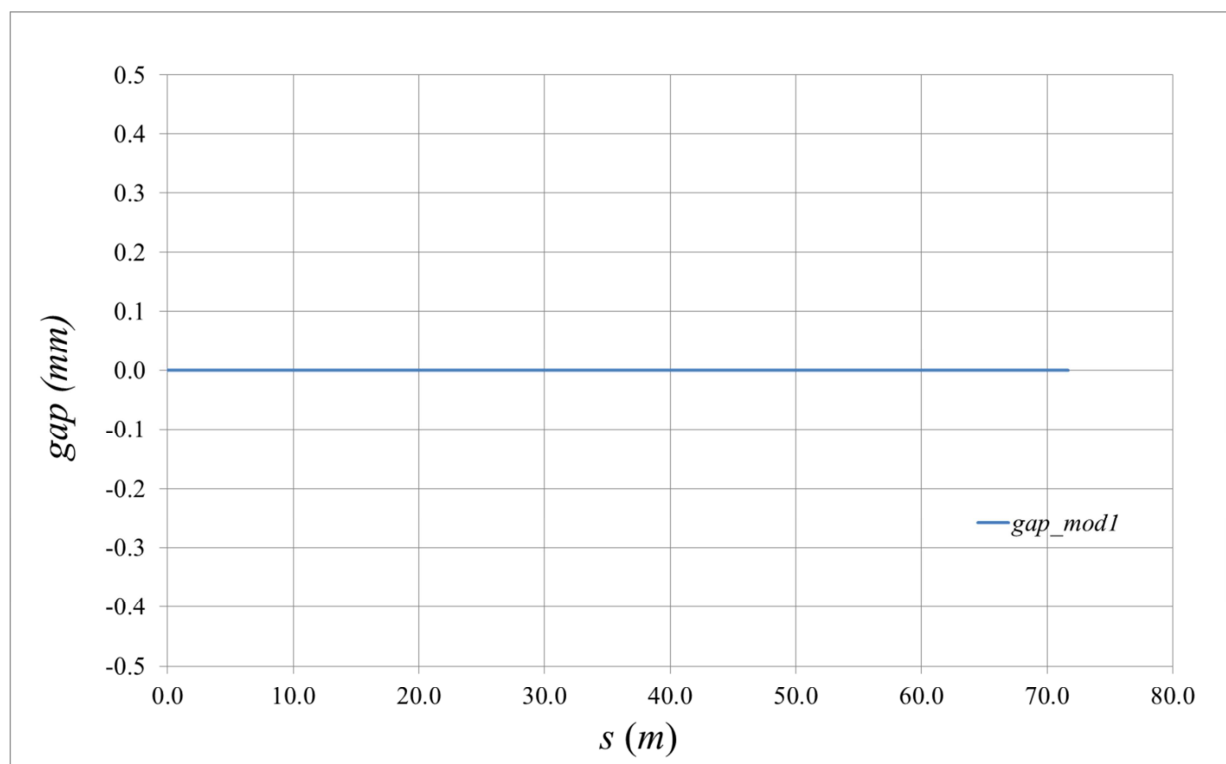


Figura 3.11 – Afastamento (gap) formado entre as camadas (modelo 1, estudo de caso A).

O comportamento da linha depende da relação entre três solicitações: a pressão interna, a pressão externa e os esforços axiais decorrentes do peso próprio submerso. Na região da linha apoiada sobre o leito do mar, a força axial solicitante é a menor possível, e sua magnitude aumenta à medida que se avança em direção ao topo (ver figura 3.6). Observa-se também que, pelo fato de o peso específico da água do mar ser superior ao peso específico do óleo (fluido interno ao tubo), o efeito da pressão externa se sobressai ao da pressão interna, causando uma variação negativa dos raios médios das camadas (ou seja, ocorre uma diminuição dos raios médios). Devido ao efeito de Poisson, o aumento do esforço de tração solicitante, conforme avançamos em direção ao topo, faz com que a redução do raio médio das camadas se intensifique, mesmo com a diminuição dos valores de pressão externa, como pode ser visto na figura 3.7. A tendência em relação à diminuição das espessuras das camadas pode ser explicada pelos mesmos motivos (ver figura 3.8).

Observa-se também que o aumento da força axial total ao longo da linha provoca um aumento tanto das parcelas das forças axiais solicitantes suportadas pelas duas camadas que constituem o tubo quanto da deformação axial sofrida pela linha (conforme pode ser visto nas figuras 3.6 e 3.9).

A intensidade da pressão de contato na interface entre as duas camadas depende fortemente das pressões interna e externa: no leito do mar, onde estas pressões são máximas, a pressão de contato atinge seu pico; à medida que se avança pela parte suspensa da linha, tais pressões se reduzem e a pressão de contato tende a diminuir. No topo, onde as pressões interna e externa são nulas, predomina o efeito da força de tração, mas, como o coeficiente de Poisson da camada interna é menor que o da camada externa, a variação absoluta do raio da camada interna é menor que o da externa; tal diferença entre as variações dos raios mantém a pressão de contato positiva no topo e, conseqüentemente, o *gap* entre as camadas permanece nulo ao longo de toda a linha, conforme pode ser visto nas figuras 3.10 e 3.11.

Entretanto, se, por exemplo, os coeficientes de Poisson da camada interna e externa fossem trocados, mantendo-se todos os outros parâmetros fixos, o raio externo da camada interna se reduziria mais que o raio interno da camada externa em trechos próximos ao topo da linha e, neste caso, seria obtida uma pressão de contato nula e um *gap* positivo nas seções transversais próximas ao topo, como pode ser verificado nas figuras 3.12 e 3.13 a seguir.

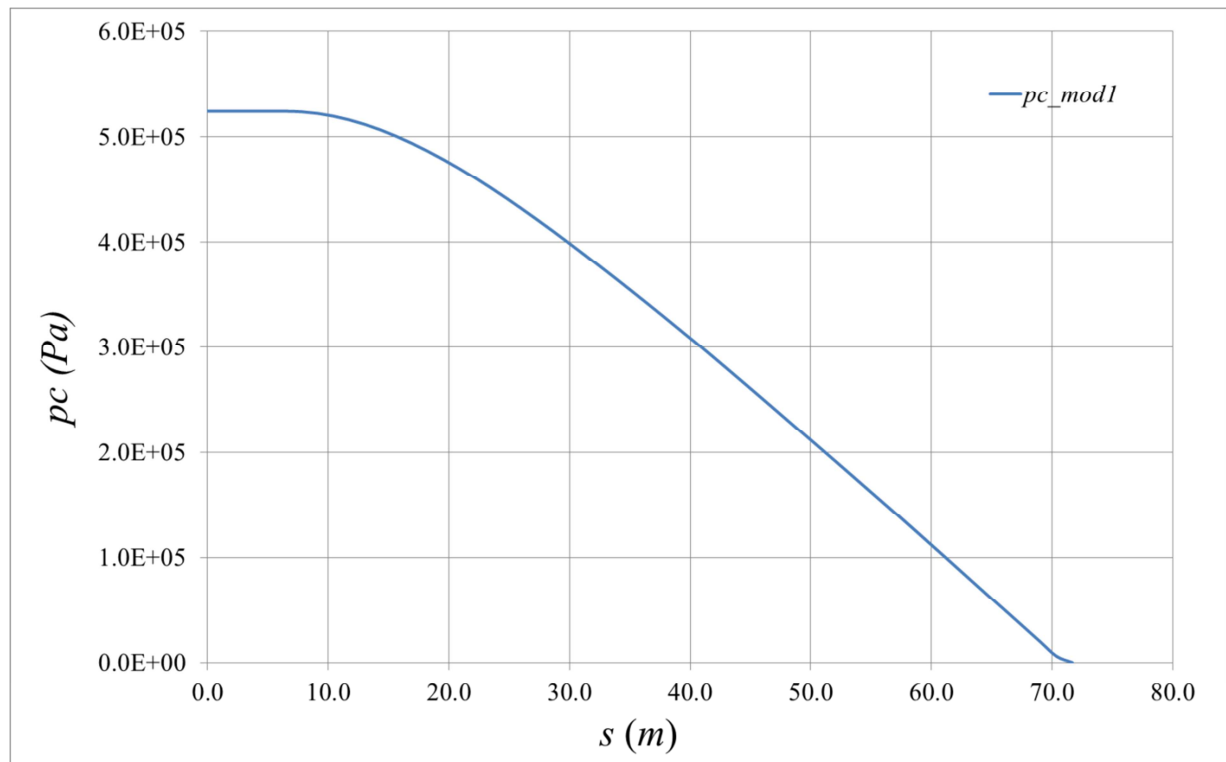


Figura 3.12 – Pressão de contato com coeficientes de Poisson trocados (modelo 1, estudo de caso A).

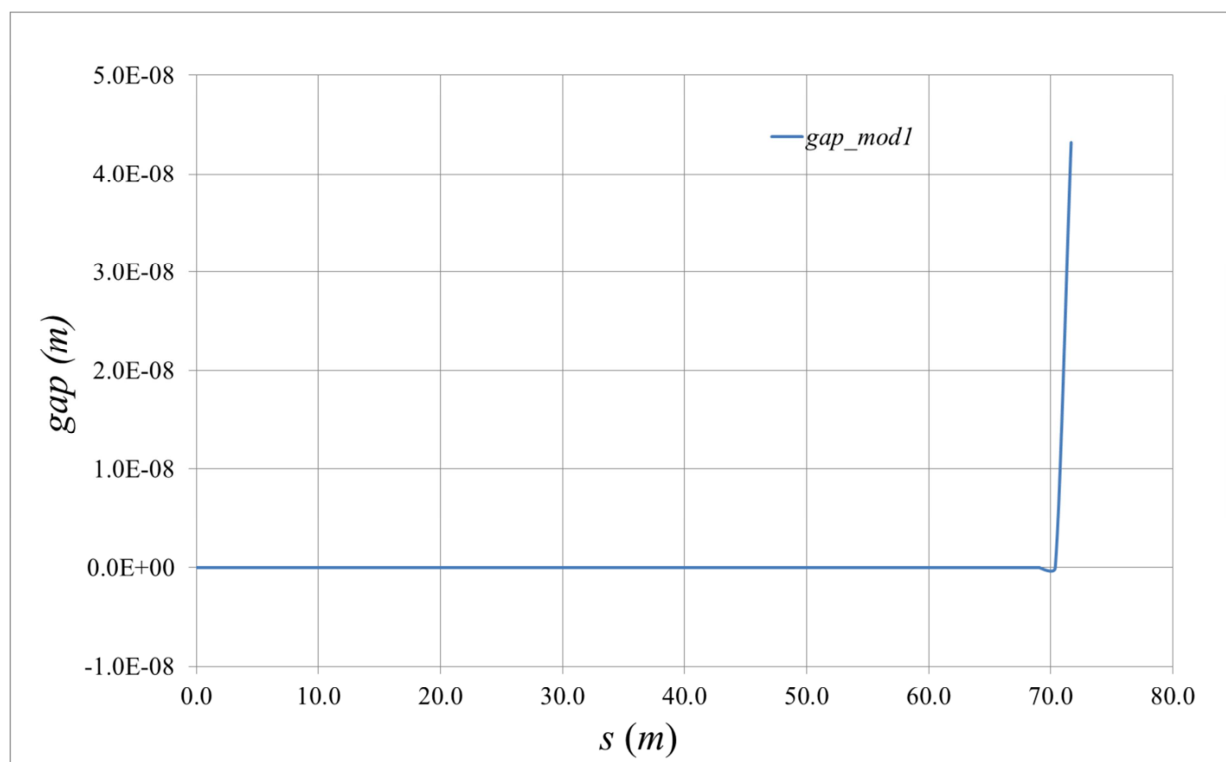


Figura 3.13 – Gap formado com coeficientes de Poisson trocados (modelo 1, estudo de caso A).

3.1.4. Resultados obtidos – Estudo de Caso B

Serão apresentados agora os resultados do modelo para o estudo de caso B. Inicialmente, apresentaremos os resultados oriundos do modelo de análise global, como: a geometria da linha disposta em catenária (Figura 3.14); a variação de curvatura do eixo central ao longo da linha (Figura 3.15), o ângulo que o versor tangente ao eixo central forma com o plano horizontal (Figura 3.16) e as variações da força de tração efetiva e solicitante ao longo da linha (Figura 3.17).

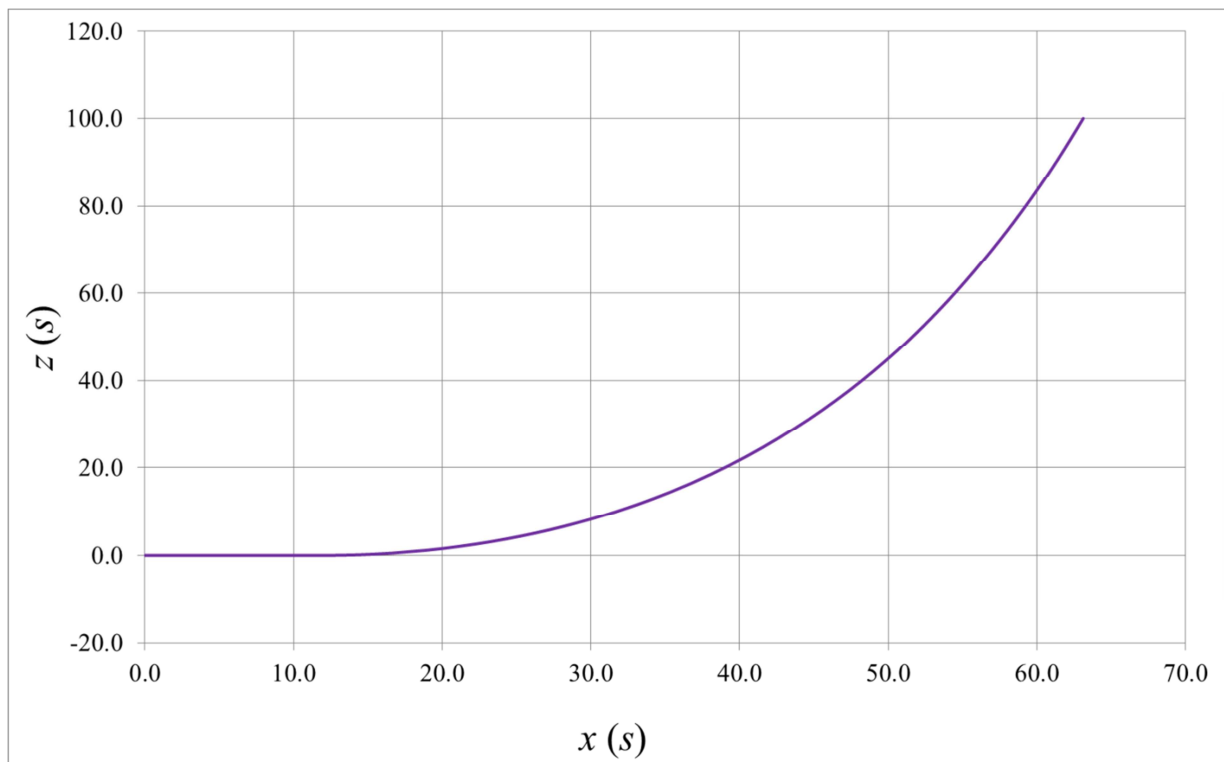


Figura 3.14 – Geometria da linha disposta em catenária (estudo de caso B).

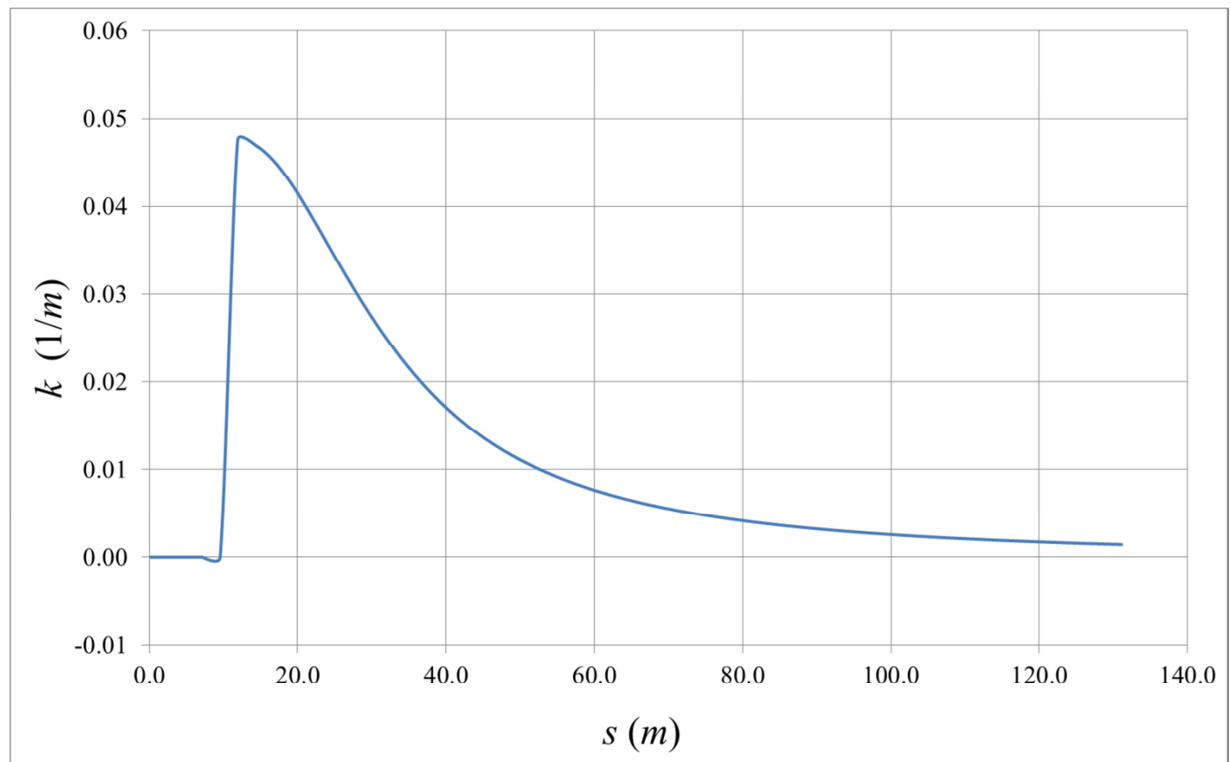


Figura 3.15 – Curvatura do eixo central (estudo de caso B).

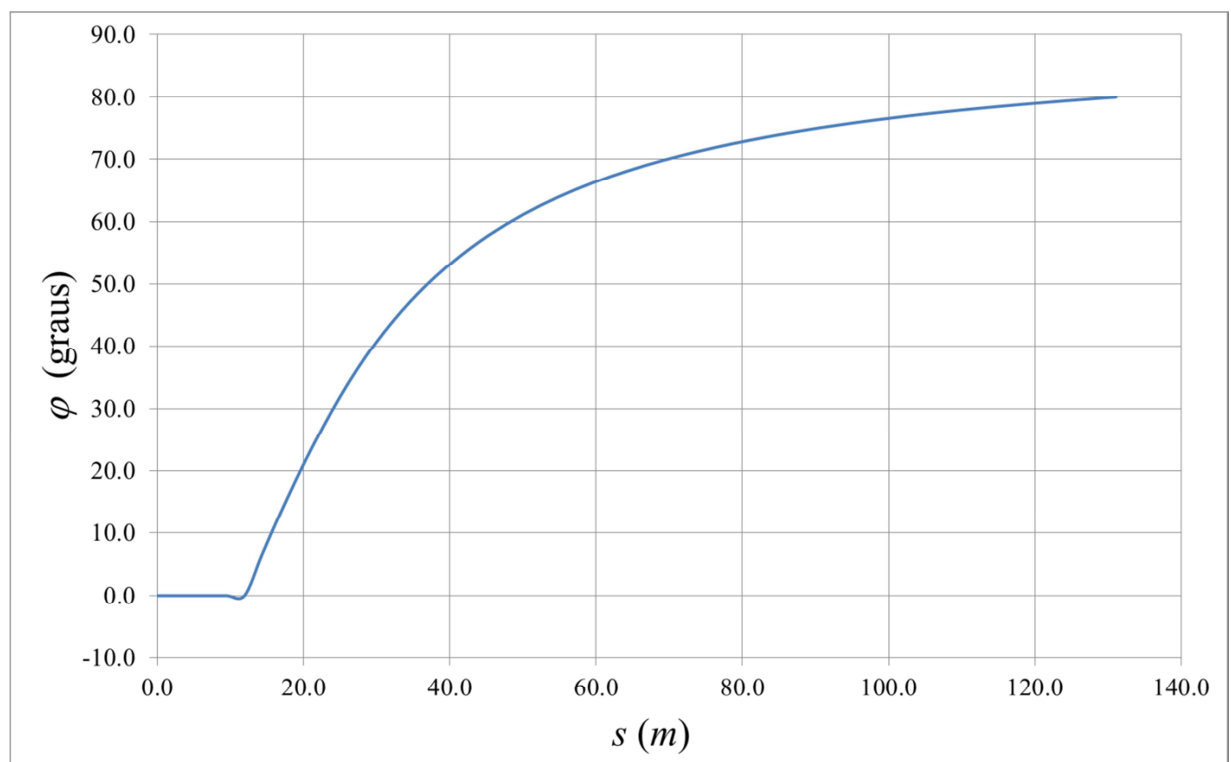


Figura 3.16 – Ângulo $\varphi = \varphi(s)$ com o plano horizontal (estudo de caso B).

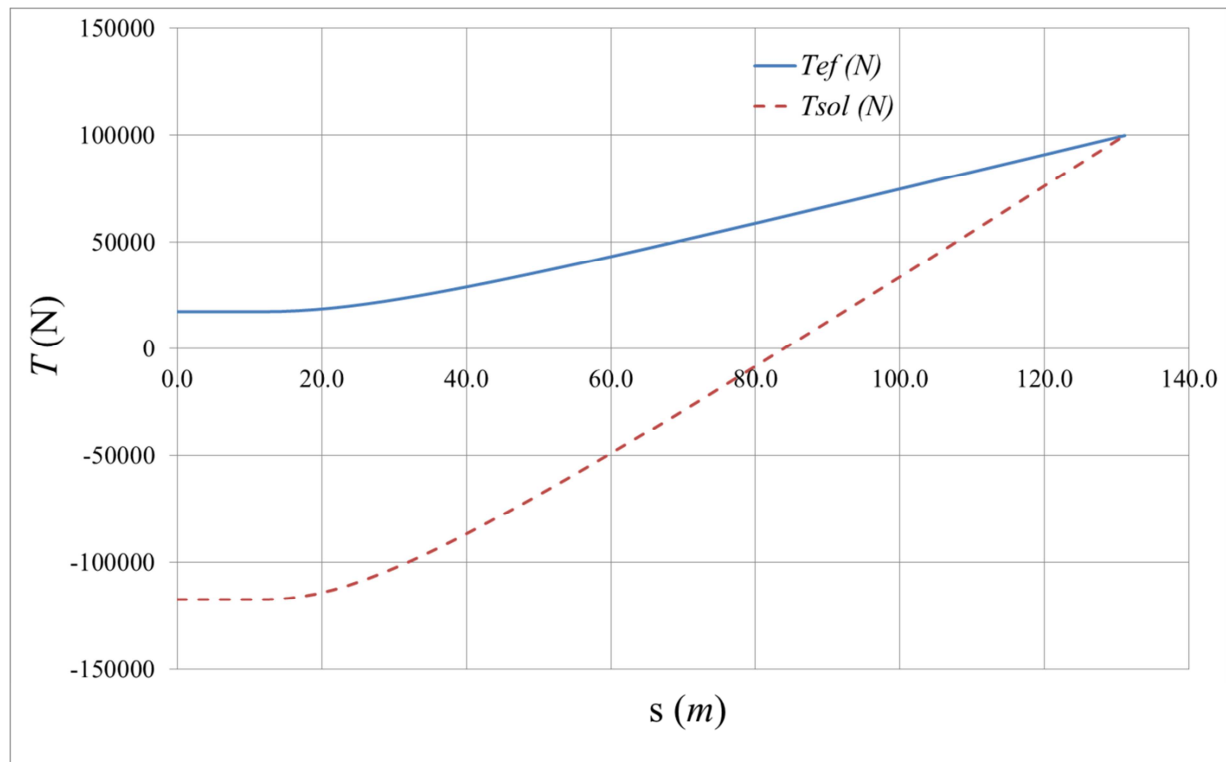


Figura 3.17 – Forças efetiva e solicitante nas seções (estudo de caso B).

Partindo, agora, aos resultados do modelo de análise local 1 para o estudo de caso B, as figuras 3.18 a 3.23 apresentadas a seguir mostram:

- A distribuição de forças solicitantes nas duas camadas ao longo do comprimento de arco s (Figura 3.18);
- A variação do raio das camadas ao longo do comprimento de arco s (Figura 3.19);
- A variação de espessura das camadas ao longo do comprimento de arco s (Figura 3.20);
- O alongamento axial ao longo do comprimento de arco s (Figura 3.21);
- A pressão de contato na interface entre as duas camadas ao longo do comprimento de arco s (Figura 3.22);
- O gap formado entre as duas camadas ao longo do comprimento de arco s (Figura 3.23).

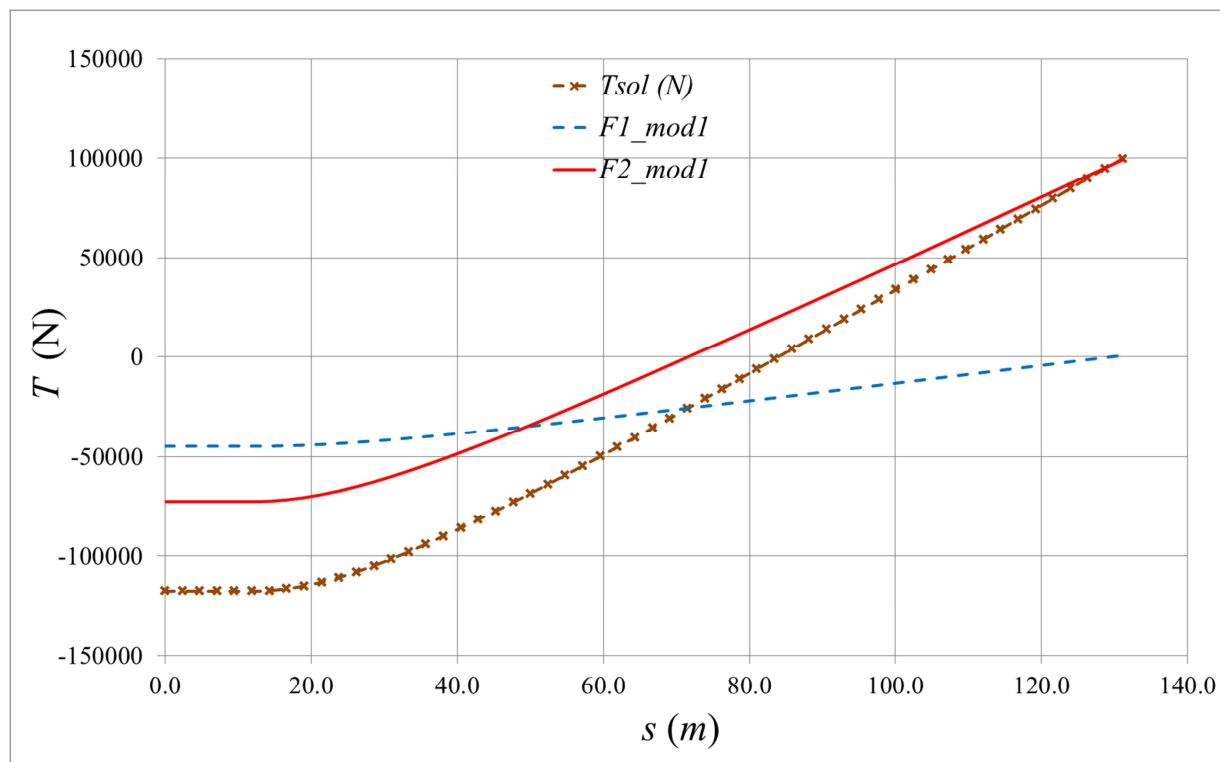


Figura 3.18 – Força axial solicitante nas camadas (modelo 1, estudo de caso B).

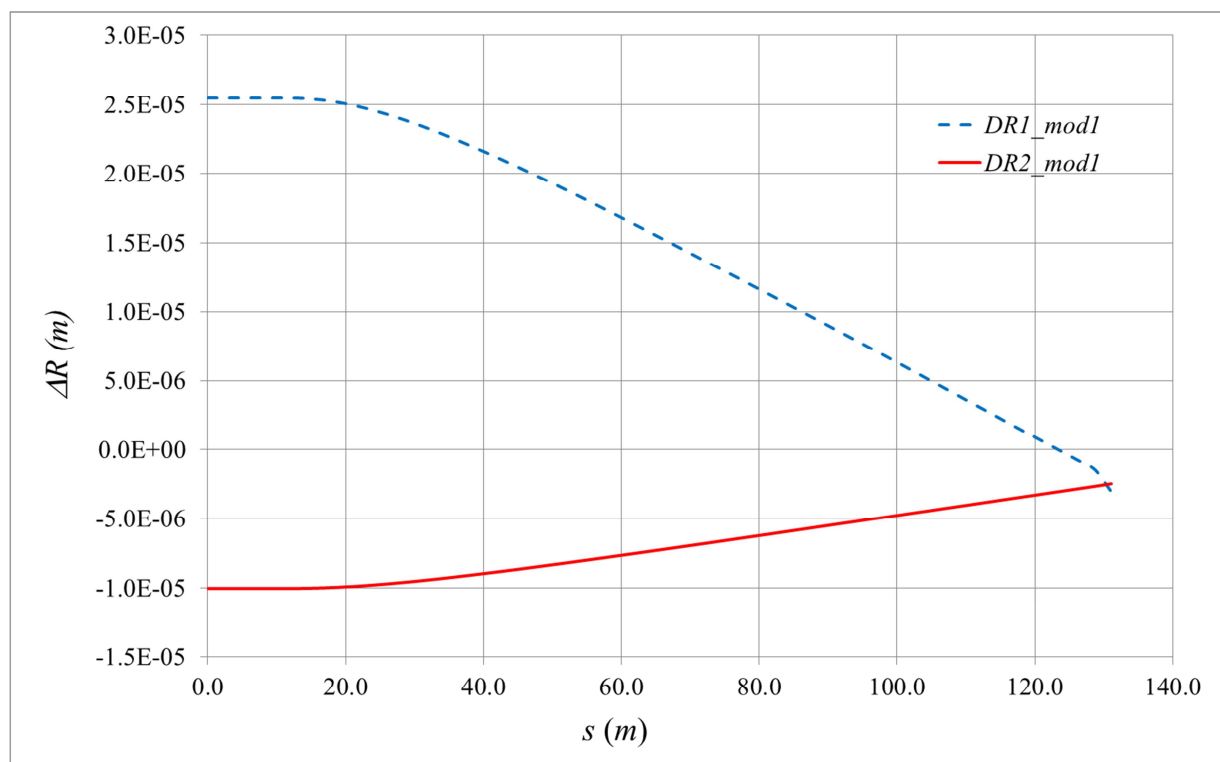


Figura 3.19 – Variação do raio médio das camadas (modelo 1, estudo de caso B).

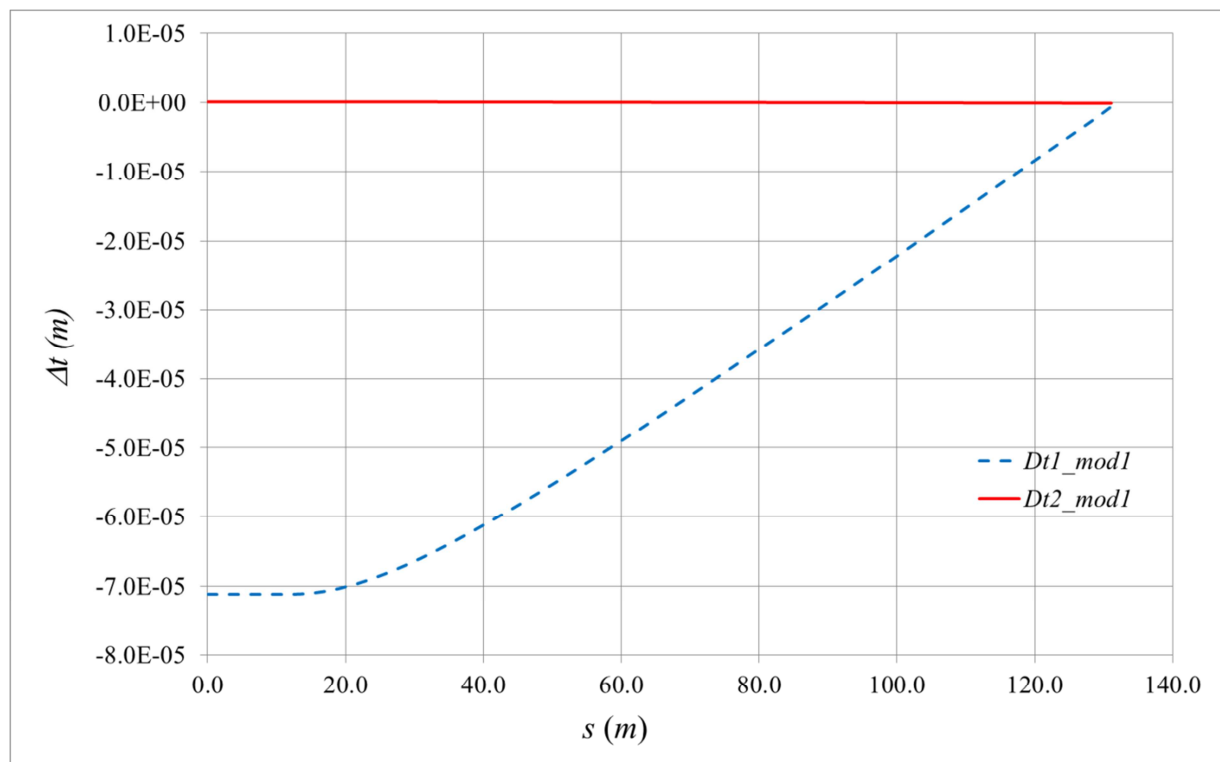


Figura 3.20 – Variação da espessura das camadas (modelo 1, estudo de caso B).

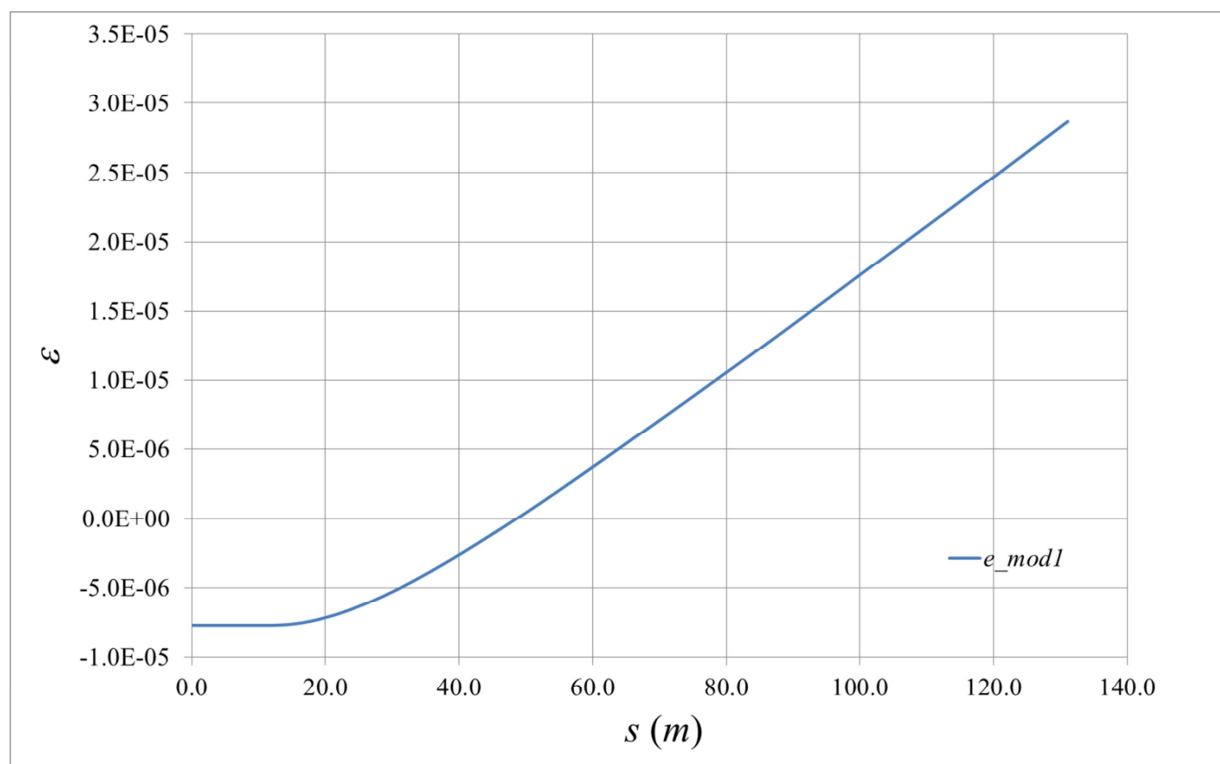


Figura 3.21 – Alongamento axial ao longo do riser (modelo 1, estudo de caso B).

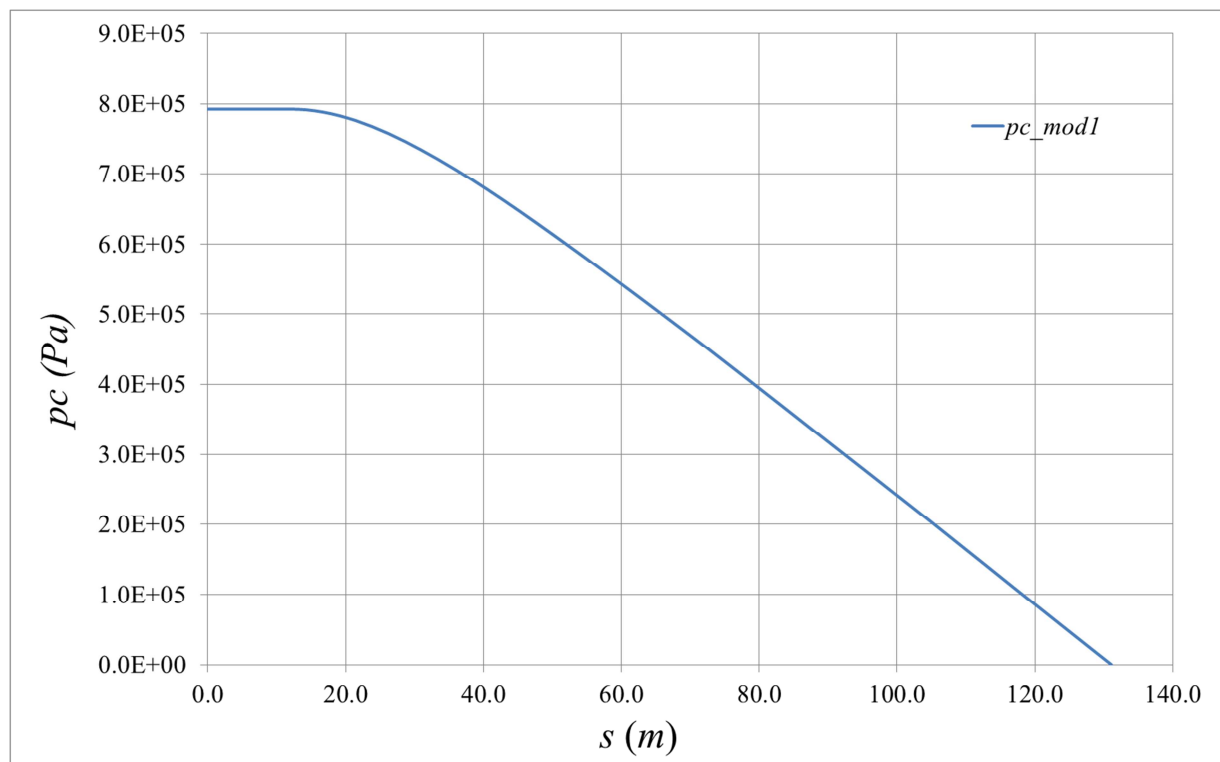


Figura 3.22 – Pressão de contato entre as camadas (modelo 1, estudo de caso B).

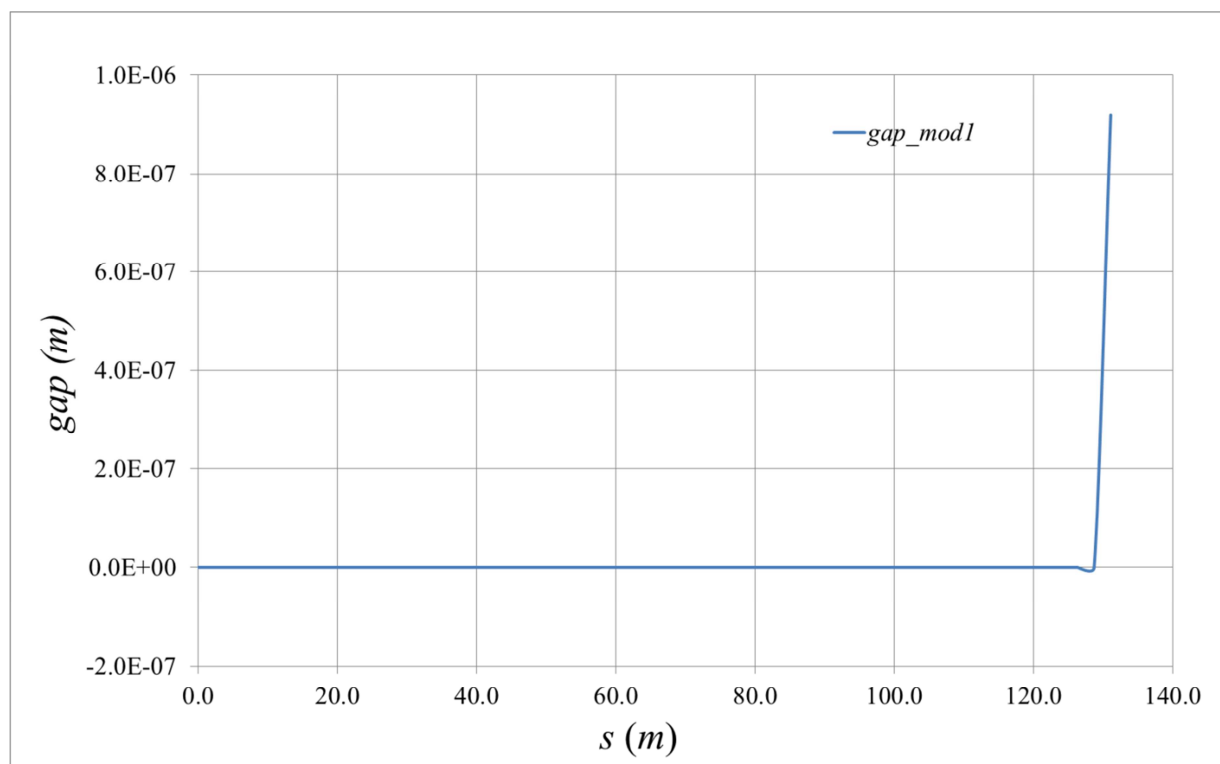


Figura 3.23 – Afastamento (gap) formado entre as camadas (modelo 1, estudo de caso B).

Pode-se observar que os resultados obtidos são todos qualitativamente aceitáveis.

3.2. Modelo de análise local 1 para tubos flexíveis

Na seção 3.1 foi proposto um modelo para análise estrutural local de tubos compostos apenas por camadas cilíndricas concêntricas (*pipe-in-pipe*). Nesta seção será apresentado o modelo de análise estrutural local para tubos flexíveis, conforme apresentado por Ramos [7]. Com base neste modelo, a distribuição de esforços em um tubo flexível de 2,5” de diâmetro interno e formado por cinco camadas será realizada na sequência. As cinco camadas que constituem este tubo são: carcaça intertravada, camada plástica interna (*liner*), duas armaduras de tração e a capa plástica externa.

Tanto as armaduras de tração quanto a carcaça intertravada podem ser modeladas como camadas helicoidais compostas por tendões de aço que se enrolam em torno do eixo central da linha. As características geométricas e mecânicas das camadas foram obtidas da referência [20] e estão descritas na tabela 3.3 abaixo.

Tabela 3.3 – Propriedades das camadas do tubo flexível.

<i>Propriedades</i>	<i>Carcaça</i>	<i>Liner</i>	<i>Armadura interna</i>	<i>Armadura externa</i>	<i>Capa externa</i>
Espessura (mm)	1,63	6	2	2	5
Largura (mm)	12	-	5	5	-
Raio médio (mm)	34,185	38	42	44	47,5
Número de tendões	1	-	29	29	-
Módulo de Young (MPa)	190.000	280	207.000	207.000	320
Coefficiente de Poisson	0,3	0,4	0,3	0,3	0,4
Peso específico (N/m ³)	78000	10400	78000	78000	10400
Ângulo de assentamento (graus)	85,8	-	55,5	-55,5	-
Área da seção transversal do tendão (mm ²)	19,56	-	10	10	-

Cabe ressaltar que os pesos específicos do *liner* e da camada plástica externa, dados na tabela 3.3 acima, não estão descritos na referência [20]. Entretanto, conforme pode ser verificado na referência [21], tais camadas são usualmente constituídas de Poliamida 12, cujo peso específico varia entre 10100 e 10400 N/m³ [22]. Admitiu-se, portanto, um peso específico de 10400 N/m³ para ambas as camadas a fim de simular o caso mais crítico.

3.2.1. Modelagem do problema

De forma análoga ao modelo anterior (ver seção 3.1.1), a linha flexível também será discretizada em vários segmentos os quais definirão N seções transversais (do ponto de ancoragem até o ponto de conexão com a unidade flutuante). Em virtude dos esforços aplicados a linha, sabe-se que cada camada, em cada uma das N seções transversais, estará sujeita a um conjunto de esforços a serem determinados, sendo eles:

- a força axial suportada pela i -ésima camada da j -ésima seção transversal ($F_{t,ij}$);
- o momento torçor suportado pela i -ésima camada da j -ésima seção transversal ($M_{t,ij}$);
- o momento fletor suportado pela i -ésima camada da j -ésima seção transversal ($M_{f,ij}$);
- as pressões de contato entre as camadas ($p_{c,ij}$) ou *gaps* formados (g_{ij}).

Tais solicitações estão ilustradas esquematicamente na figura 3.24.

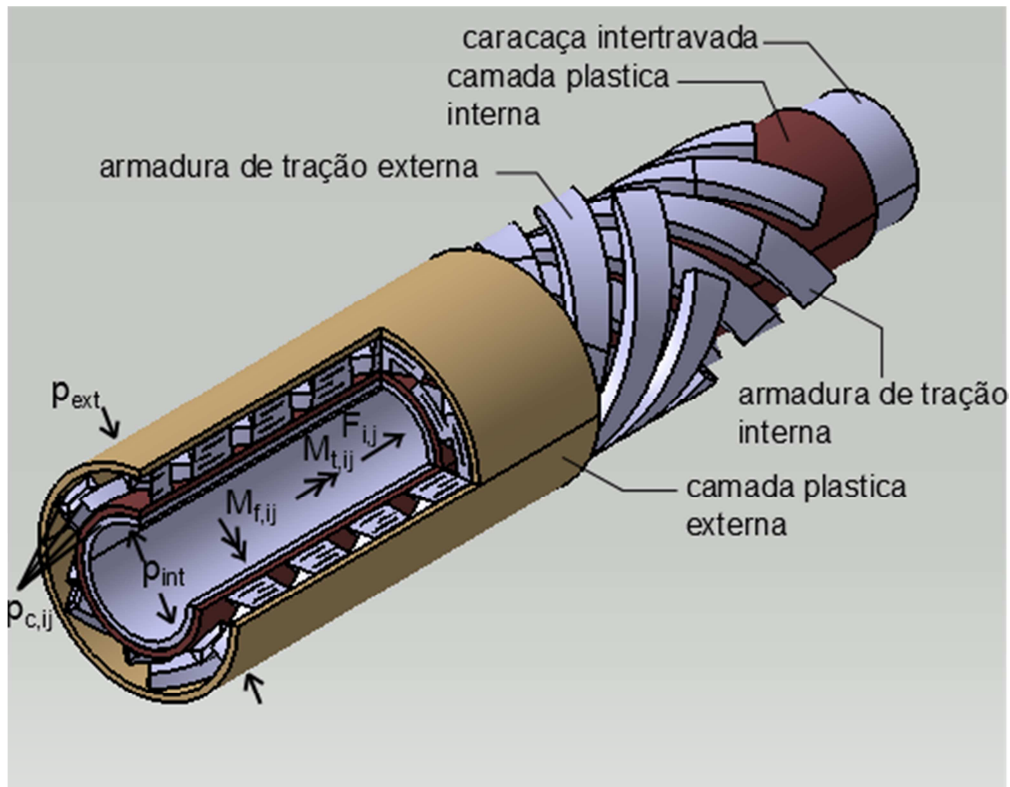


Figura 3.24 – Esforços suportados por uma camada genérica numa dada seção transversal.

Tal sistema de esforços causará uma deformação axial (ε_j), um ângulo de giro por unidade de comprimento (β_j), uma variação do raio médio ($\Delta R_{i,j}$) e da espessura ($\Delta t_{i,j}$) para cada uma das camadas. Para a armadura de tração ocorrerá ainda uma variação do ângulo de assentamento ($\Delta \alpha_{i,j}$). As incógnitas do problema são portanto:

- $F_{i,j}$ (força axial para cada camada em cada seção);
- $M_{t,ij}$ (momento torçor para cada camada em cada seção);
- $M_{f,ij}$ (momento fletor para cada camada em cada seção);
- $p_{c,ij}$ (pressão de contato entre as camadas i e $i+1$ para cada seção) ou, alternativamente, $g_{i,j}$ (*gap* formado na interface entre as camadas i e $i+1$);
- $\Delta R_{i,j}$ (variação do raio médio de cada camada em cada seção);
- $\Delta t_{i,j}$ (variação da espessura de cada camada em cada seção);
- ε_j (deformação axial em cada seção);
- β_j (ângulo de giro por unidade de comprimento em cada seção);
- k_j (curvatura do eixo central em cada seção);
- $\Delta\alpha_{i,j}$ (variação do ângulo de assentamento para as camadas helicoidais).

Assim, designando por m o número de camadas cilíndricas (no caso do tubo flexível a ser analisado temos, por exemplo, $m = 2$), por n o número de camadas helicoidais (no caso do tubo flexível a ser analisado temos, por exemplo, $n = 3$) e por N o número de seções transversais ao longo de todo o comprimento do *riser*, teremos o seguinte número de incógnitas a serem determinadas:

$$\begin{cases} F_{i,j}, M_{t,ij}, M_{f,ij}, \Delta R_{i,j}, \Delta t_{i,j} & 5(m+n)N \\ \varepsilon_j, \beta_j, k_j & 3N \\ p_{c,ij} \text{ ou } g_{i,j} & (m+n-1)N \\ \Delta\alpha_{i,j} & nN \end{cases}$$

Obtendo-se um total de incógnitas igual a:

$$(7n + 6m + 2)N$$

3.2.2. Equações propostas

Nas expressões apresentadas a seguir o índice i refere-se às camadas do *riser*, aumentando de dentro para fora; logo $i = 1$ corresponde à carcaça intertravada, $i = 2$ corresponde ao *liner*, $i = 3$ corresponde à armadura de tração interna, $i = 4$ corresponde à armadura de tração externa, e $i = 5$ à camada plástica externa.

A modelagem das camadas helicoidais será feita através das expressões (25), (26), (27), (28), (29) e (30) que correspondem respectivamente às expressões (5.32), (5.34), (5.36), (5.20), (5.21) e (5.22) deduzidas por Ramos [7].

A expressão (25) relaciona a força axial suportada pela armadura com a deformação, o ângulo de giro por unidade de comprimento e a variação do raio médio da camada.

$$F_{i,j} = Nt_i E_i A_i \left[\cos^3(\alpha_i) \varepsilon_j + R_i \sin(\alpha_i) \cos^2(\alpha_i) \beta_j + \frac{\sin^2(\alpha_i) \cos(\alpha_i)}{R_i} \Delta R_{i,j} \right] \quad (25)$$

A expressão (26) relaciona o momento torçor suportado pela armadura com a variação do ângulo de assentamento dos tendões, a deformação, o ângulo de giro por unidade de comprimento e a variação do raio médio.

$$\begin{aligned} M_{t,i,j} = \frac{Nt_i}{R_i} & \left[G_i J_i \cos(\alpha_i) \cos(2\alpha_i) + E_i I_{x,i} \sin(\alpha_i) \sin(2\alpha_i) \right] \Delta \alpha_{i,j} \\ & + [Nt_i E_i A_i R_i \sin(\alpha_i) \cos^2(\alpha_i)] \varepsilon_j + [Nt_i E_i A_i R_i^2 \cos(\alpha_i) \sin^2(\alpha_i)] \beta_j \\ & + Nt_i \sin(\alpha_i) \left[E_i A_i \sin^2(\alpha_i) - \frac{G_i J_i \cos^2(\alpha_i)}{R_i^2} - \frac{E_i I_{y,i} \sin^2(\alpha_i)}{R_i^2} \right] \Delta R_{i,j} \end{aligned} \quad (26)$$

A expressão (27) relaciona o momento fletor com a curvatura do eixo central naquela seção.

$$M_{f,i,j} = k_j Nt_i \cos(\alpha_i) \left[G_i J_i + \frac{3}{2} (E_i I_{y,i} - G_i J_i) \cos^2(\alpha_i) \right] \quad (27)$$

A expressão (28) relaciona a diferença entre as pressões de contato às quais a armadura está sujeita com a deformação, o ângulo de giro por unidade de comprimento e a variação do raio médio.

$$\begin{aligned} (p_{c,i,j} - p_{c,i-1,j}) b_i = & - \left[\frac{E_i A_i \sin^2(\alpha_i) \cos^2(\alpha_i)}{R_i} \right] \varepsilon_j - \\ & - [E_i A_i \sin^3(\alpha_i) \cos(\alpha_i)] \beta_j - \left[\frac{E_i A_i \sin^4(\alpha_i)}{R_i^2} \right] \Delta R_{i,j} \end{aligned} \quad (28)$$

A expressão (29) relaciona a variação de espessura da camada helicoidal com as pressões de contato, a deformação, o ângulo de giro por unidade de comprimento e a variação do raio médio.

$$\begin{aligned} \Delta t_{i,j} = & - \frac{t_i}{2E_i} (p_{c,i,j} + p_{c,i-1,j}) - (v_i t_i \cos^2(\alpha_i)) \varepsilon_j - (v_i t_i R_i \sin(\alpha_i) \cos(\alpha_i)) \beta_j \\ & - \left(\frac{v_i t_i \sin^2(\alpha_i)}{R_i} \right) \Delta R_{i,j} \end{aligned} \quad (29)$$

Finalmente, a expressão (30) relaciona a variação do ângulo de assentamento com a deformação, o ângulo de giro por unidade de comprimento e a variação do raio médio.

$$\Delta \alpha_{i,j} = -(\sin(\alpha_i) \cos(\alpha_i)) \varepsilon_j + (\cos^2(\alpha_i) R_i) \beta_j + \left(\frac{\sin(\alpha_i) \cos(\alpha_i)}{R_i} \right) \Delta R_{i,j} \quad (30)$$

Deve-se observar ainda que, nas expressões (26) e (27), I_x , I_y e J são os momentos de inércia em relação aos eixos principais x , y e z , respectivamente, conforme descritos na figura 3.25.

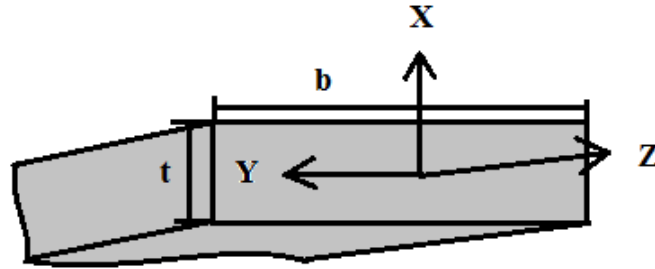


Figura 3.25 – Representação de um tendão com suas dimensões e sistema de coordenadas local.

Os momentos de inércia da seção transversal do tendão, I_x e I_y , têm seus valores já bem conhecidos, a saber:

$$I_{x,i} = \frac{t_i b_i^3}{12} \quad (31)$$

$$I_{y,i} = \frac{b_i t_i^3}{12} \quad (32)$$

O momento de inércia a torção J para o caso de uma barra retangular é obtido a partir da teoria da elasticidade (ver, por exemplo, Timoshenko e Goodier [23]). Para tendões de seção transversal retangular, com dimensões indicadas na tabela 3.3, o valor de J é dado pela equação (33):

$$J_i = 0,25 b_i t_i^3 \quad (33)$$

No que tange às camadas cilíndricas, serão reutilizadas as expressões (16), (17), (18), (20) e (23) da seção 3.1.2, reescritas nas expressões (34), (35), (36), (37) e (38). É importante notar que, para o caso analisado, o índice “i” em tais expressões pode valer 2 ou 5 (correspondentes ao *liner* e à camada plástica externa respectivamente). Nas expressões abaixo $p_{c,5j}$ corresponde à pressão externa ($p_{ext,j}$) e μ_{int} é um *flag* que vale 1 quando $i=2$ e zero quando $i=5$.

$$F_{i,j} = E_i A_i \varepsilon_j + A_i \left(1 - \frac{t_i}{2R_i} \right) \frac{v_i (2R_i - t_i)}{2t_i} (p_{c,i-1j} + \mu_{int} p_{int,j}) - A_i \left(1 + \frac{t_i}{2R_i} \right) \frac{v_i (2R_i + t_i)}{2t_i} p_{c,ij} \quad (34)$$

$$\Delta t_{i,j} = -v_i t_i \varepsilon_j - \left(1 - \frac{t_i}{2R_i} \right) \left[\frac{(1 - v_i^2) t_i}{2E_i} + \frac{v_i (1 + v_i) R_i}{E_i} \right] (p_{c,i-1j} + \mu_{int} p_{int,j}) - \left(1 + \frac{t_i}{2R_i} \right) \left[\frac{(1 - v_i^2) t_i}{2E_i} - \frac{v_i (1 + v_i) R_i}{E_i} \right] p_{c,ij} \quad (35)$$

$$\Delta R_{i,j} = -v_i R_i \varepsilon_j + \left(1 - \frac{t_i}{2R_i}\right) \left[\frac{(1 - v_i^2) R_i^2}{t_i E_i} + \frac{v_i (1 + v_i) R_i}{2E_i} \right] (p_{c,i-1j} + \mu_{int} p_{int,j}) - \left(1 + \frac{t_i}{2R_i}\right) \left[\frac{(1 - v_i^2) R_i^2}{t_i E_i} - \frac{v_i (1 + v_i) R_i}{2E_i} \right] p_{c,ij} \quad (36)$$

$$\beta_j = \frac{M t_{i,j}}{G J_i} \quad (37)$$

$$M f_{i,j} = k_j E_i I_i \quad (38)$$

Além disso, as expressões (19), (21), (22) e (24) continuam válidas. Tais expressões também foram reescritas nas expressões (39), (40), (41) e (42) abaixo.

$$\Delta R_{i+1,j} = \Delta R_{i,j} + \frac{(\Delta t_{i,j} + \Delta t_{i+1,j})}{2} + g_{i,j} \quad (39)$$

$$\sum_{i=1}^{m+n} M_{t,ij} = 0 \quad (40)$$

$$k_j = \frac{w_a T_x}{(w_a z_j + T_x)^2} \quad (41)$$

$$\left(\sum_{i=1}^{m+n} F_{i,j} \right) - p_{int,j} A_{int} + p_{ext,j} A_{ext} = \sqrt{(T_x)^2 + (w_a s_j)^2} \quad (42)$$

Lembrando que m corresponde ao número de camadas plásticas; n , ao número de camadas helicoidais; e N , ao número de seções transversais da linha, obtêm-se o seguinte número de equações para os vários tipos de equações indicadas acima:

$$\begin{cases} (25), (26), (27), (28), (29) \text{ e } (30) & 6nN \\ (34), (35), (36), (37) \text{ e } (38) & 5mN \\ (39) & (m + n - 1)N \\ (40), (41) \text{ e } (42) & 3N \end{cases}$$

Resultando, portanto, um número total de equações igual a:

$$(7n + 6m + 2)N$$

Que corresponde exatamente ao número de incógnitas do problema.

3.2.3. Resultados obtidos – Estudo de caso A

As equações do modelo 1 completo foram implementadas em um código utilizando o programa MatLab. Inicialmente, são apresentados os resultados do modelo de análise global para o estudo de caso A, como: a geometria da linha disposta em catenária (Figura 3.26); a variação de curvatura do eixo central ao longo da linha (Figura 3.27), o ângulo que o versor tangente ao eixo central forma com o plano horizontal (Figura 3.28) e as variações da força de tração efetiva e solicitante ao longo da linha (Figura 3.29). Deve-se observar ainda que, neste estudo de caso, todos os dados de entrada indicados na Tabela 2.1 continuam válidos, à exceção do peso aparente por unidade de comprimento que, no caso do tubo flexível de 2,5” em análise, passa a ser de 94,2 N/m.

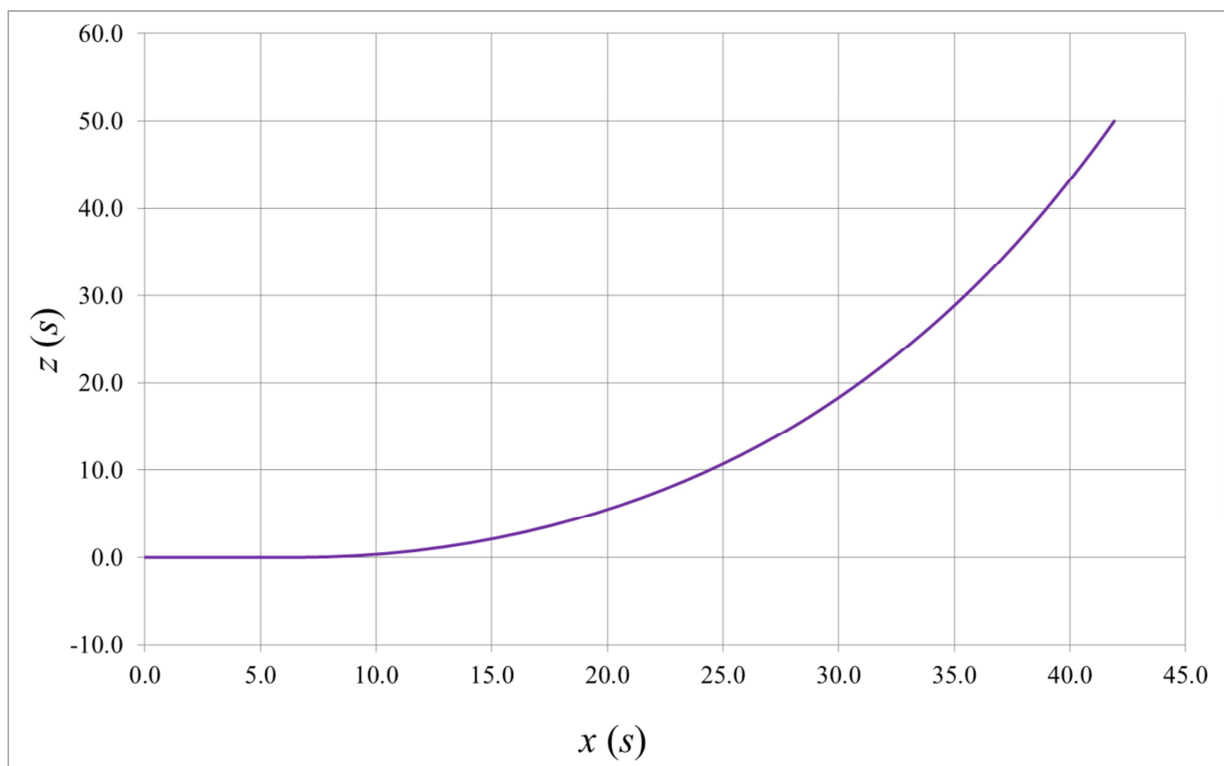


Figura 3.26 – Geometria da linha disposta em catenária (estudo de caso A).

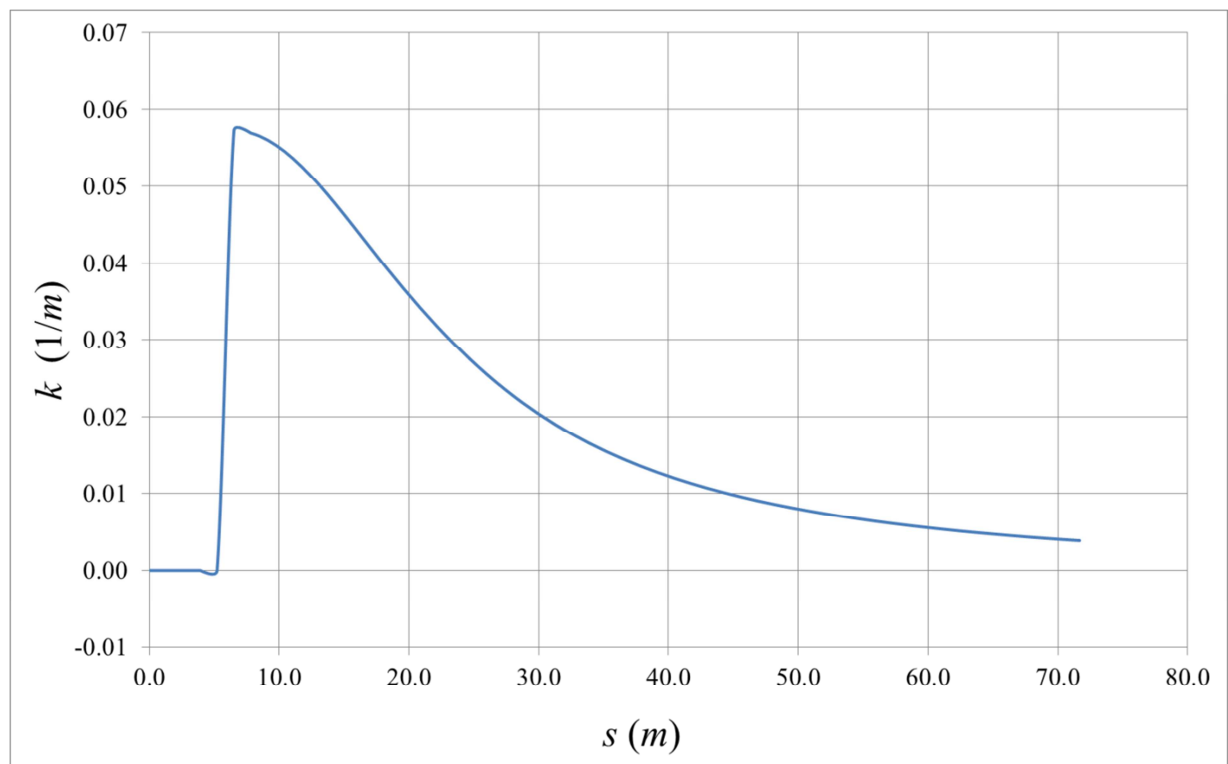


Figura 3.27 – Curvatura do eixo central (estudo de caso A).

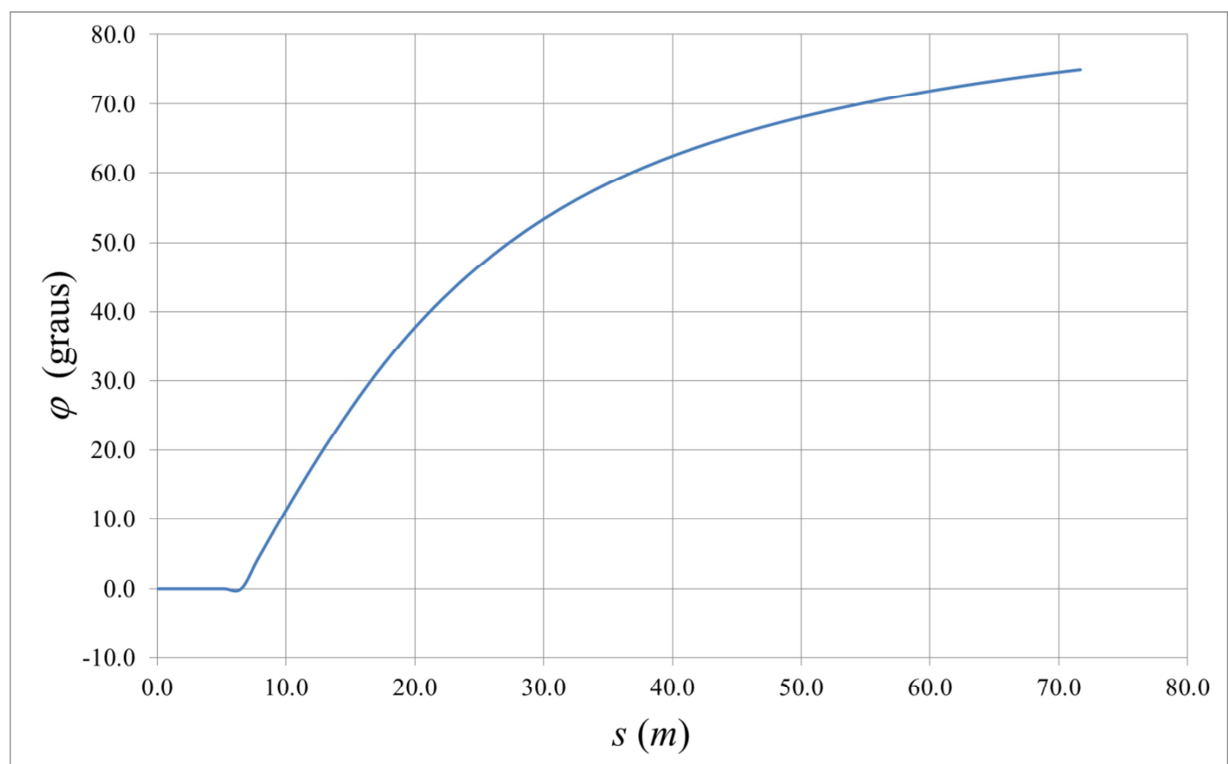


Figura 3.28 – Ângulo $\varphi = \varphi(s)$ com o plano horizontal (estudo de caso A).

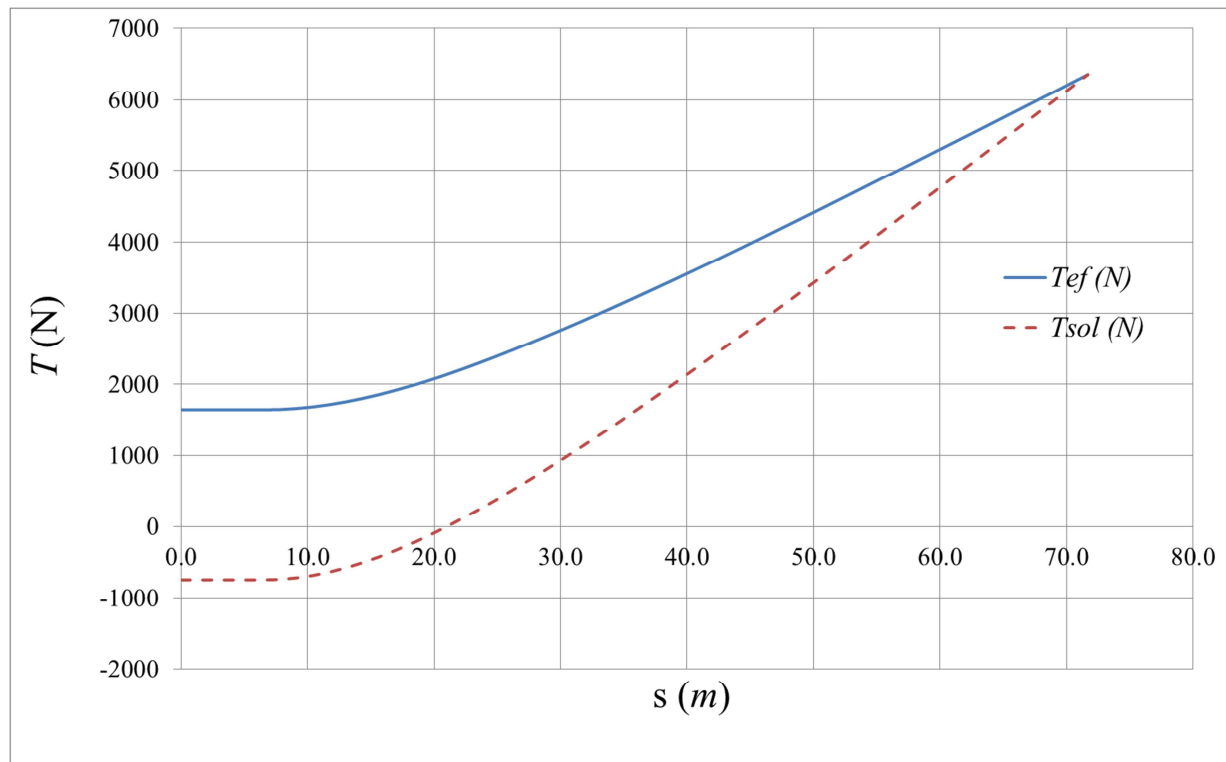


Figura 3.29 – Forças efetiva e solicitante nas seções (estudo de caso A).

Os gráficos de força solicitante, variação de raio e variação de espessura para cada camada, além dos gráficos de deformação, pressão de contato e formação de *gap* entre as camadas ao longo da linha para o estudo de caso A são dados nas figuras 3.30 a 3.35 a seguir.

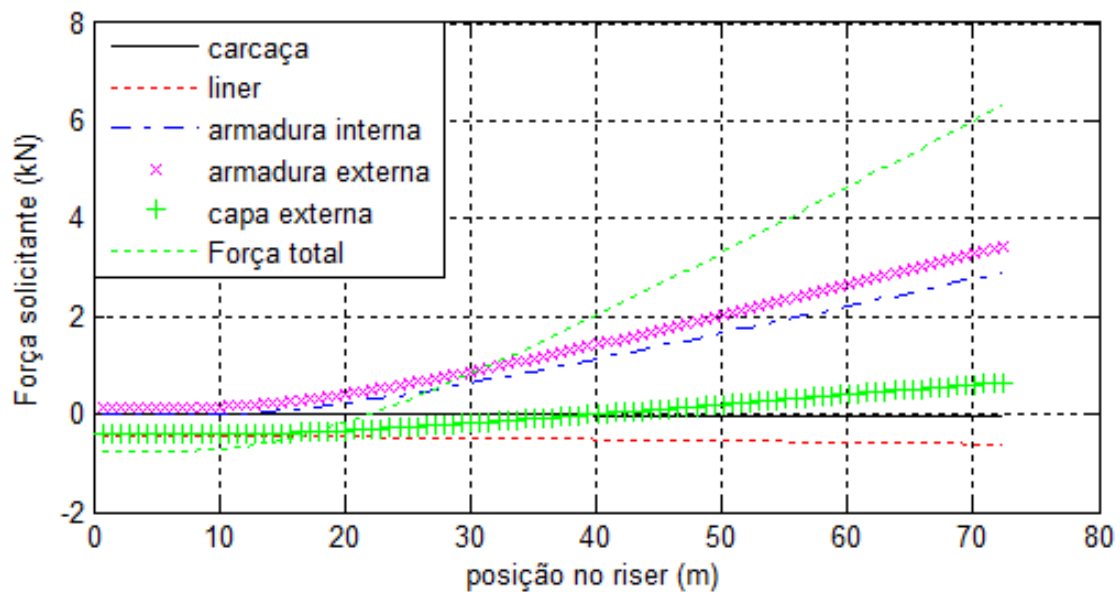


Figura 3.30: Força axial nas camadas (modelo 1 completo, caso A).

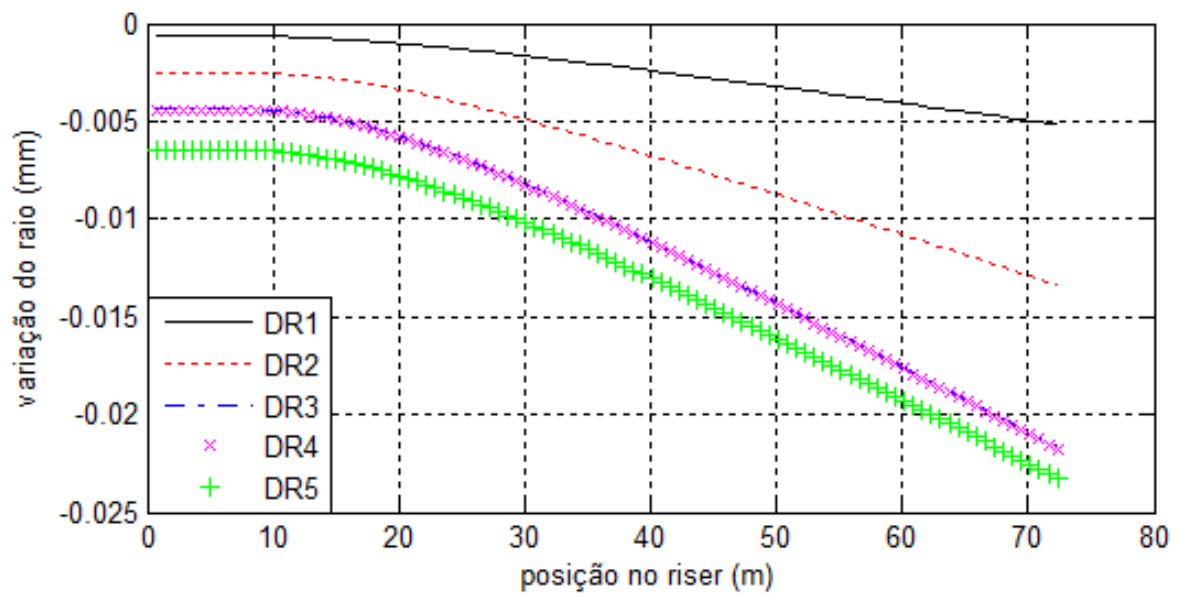


Figura 3.31 – Variação do raio médio das camadas (modelo 1 completo, caso A).

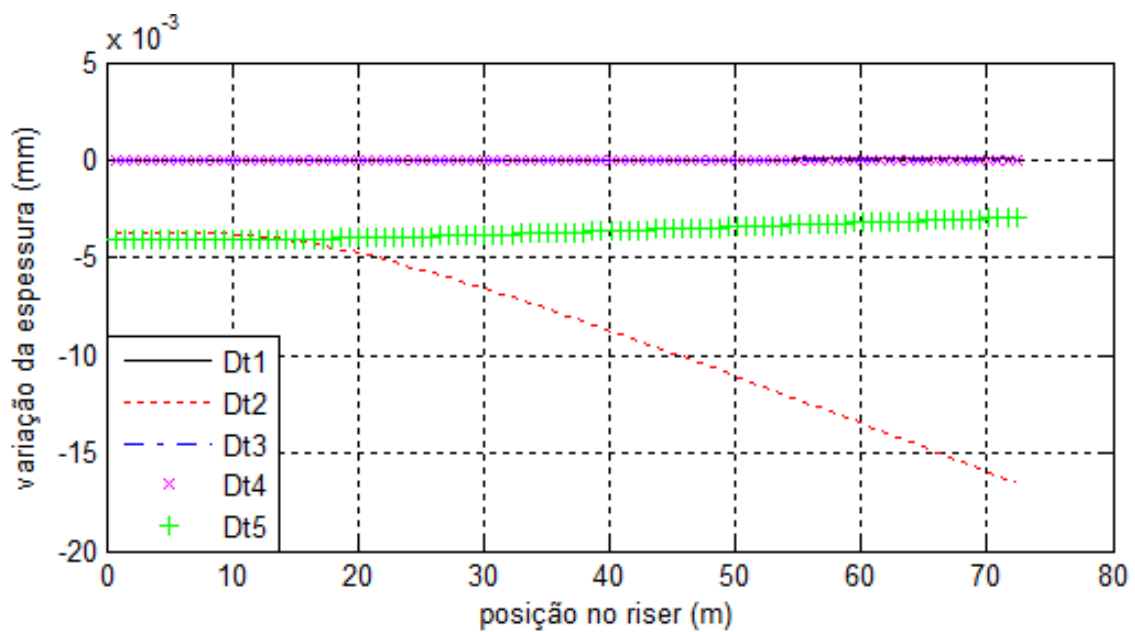


Figura 3.32 – Variação da espessura das camadas (modelo 1 completo, caso A).

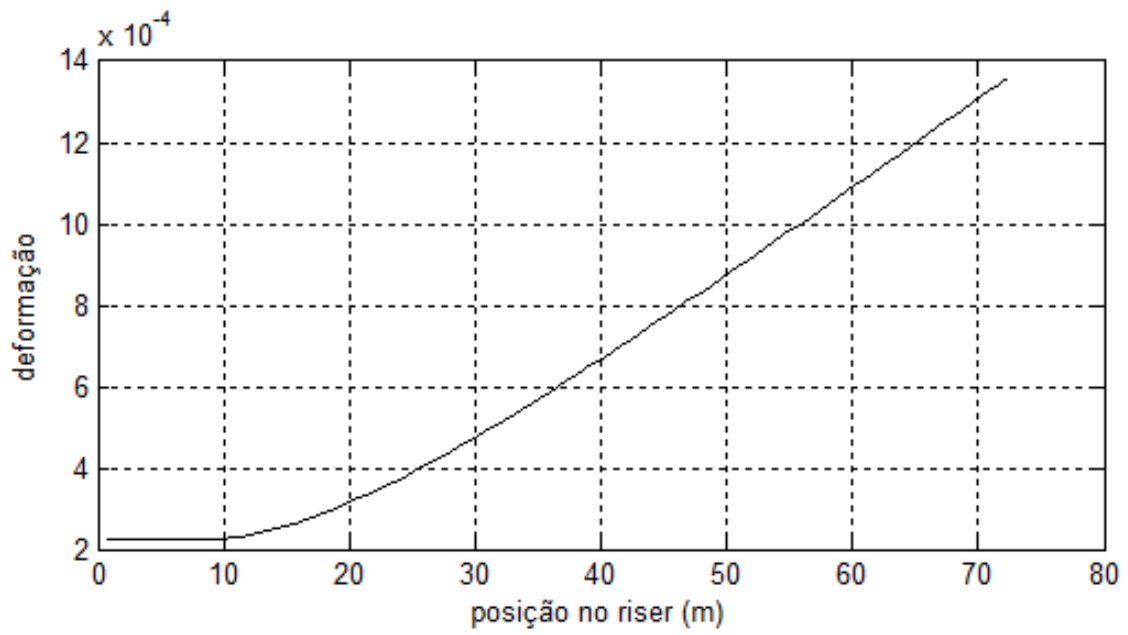


Figura 3.33 – Deformação ao longo do riser (modelo 1 completo, caso A).

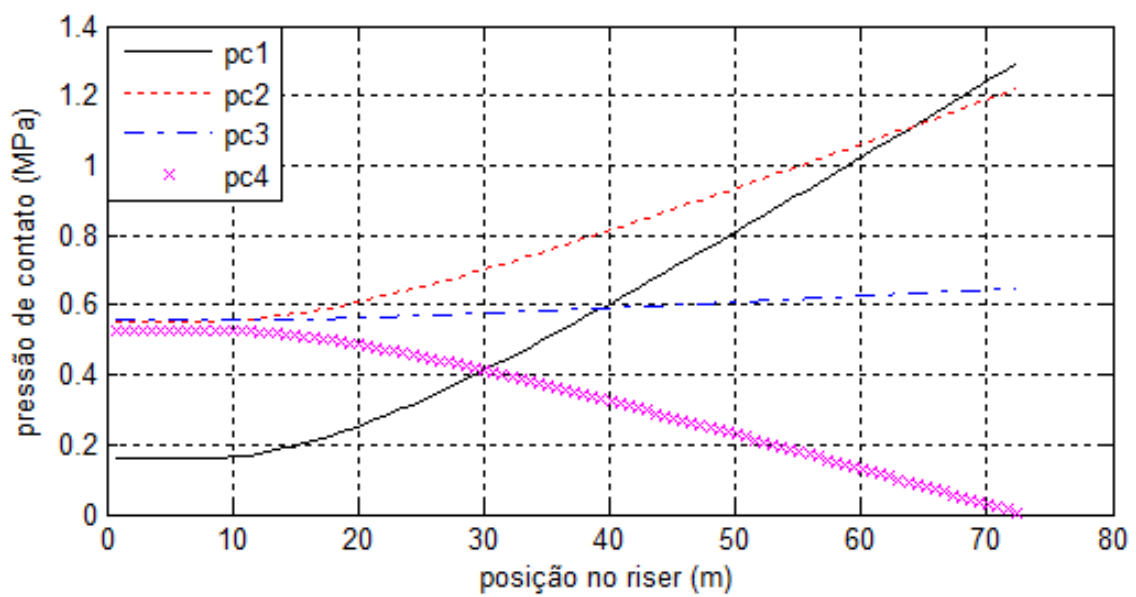


Figura 3.34 – Pressão de contato entre as camadas (modelo 1 completo, caso A).

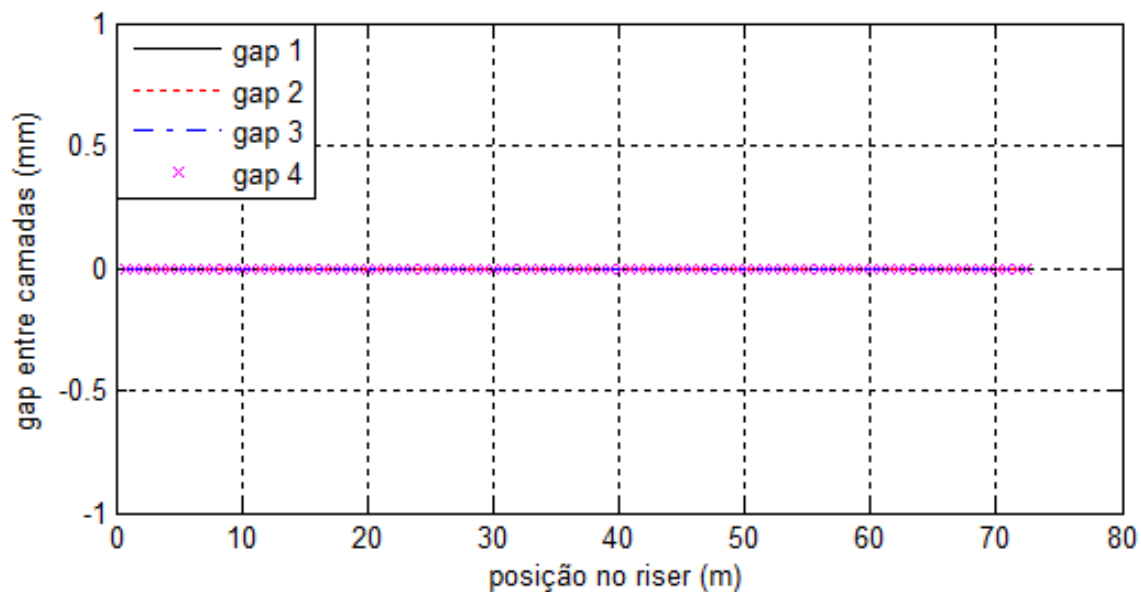


Figura 3.35 – Gap entre as camadas (modelo 1 completo, caso A).

Pode-se verificar pelas curvas da figura 3.30 que as armaduras de tração desempenham bem o seu papel, ou seja, suportam a maior parte da força axial aplicada à linha. Por conta do efeito destas armaduras, as tensões axiais nas camadas plásticas são inferiores a 7 MPa em módulo, protegendo-as, portanto, de eventuais deformações plásticas.

A carcaça intertravada tem a função de evitar o colapso do tubo flexível, isto é, a redução expressiva de seu raio interno. Fica evidente nos gráficos da figura 3.31 que esta estrutura cumpre seu papel, visto que a redução do raio médio desta é bastante inferior à redução de raio das outras camadas.

As variações de espessura expostas nos gráficos da figura 3.32 também se comportam conforme o esperado: as camadas plásticas apresentam variações de espessura mais expressivas que as camadas compostas por aço, tendo em vista que o módulo de elasticidade deste material é muito superior ao módulo de elasticidade das camadas plásticas.

No que se refere à deformação, à medida que nos aproximamos do topo da linha o efeito do peso próprio das camadas se torna mais expressivo, elevando os níveis de deformação axial, conforme pode ser visto na figura 3.33. Já as figuras 3.34 e 3.35 mostram que não haverá afastamento entre quaisquer camadas adjacentes que compõem o tubo flexível (todas pressões de contato resultaram positivas e, consequentemente, todos os *gaps* são nulos).

3.2.4. Resultados obtidos – Estudo de caso B

Considerando agora os dados da Tabela 2.2 para o estudo de caso B (à exceção do peso aparente por unidade de comprimento que passa a ser de 94,2 N/m), apresentamos inicialmente os resultados do modelo de análise global como: a geometria da linha disposta em catenária (Figura 3.36); a variação de curvatura do eixo central ao longo da linha (Figura 3.37), o ângulo que o versor tangente ao eixo central forma com o plano horizontal (Figura 3.38) e as variações da força de tração efetiva e solicitante ao longo da linha (Figura 3.39).

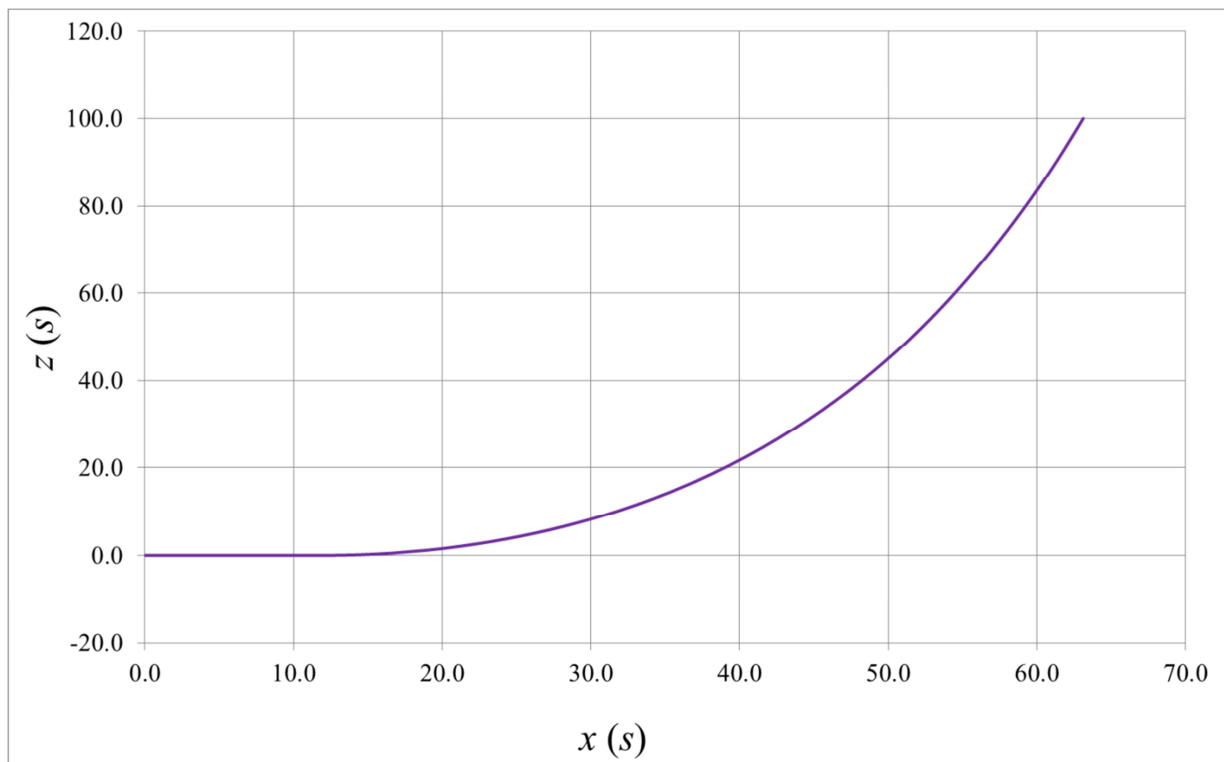


Figura 3.36 – Geometria da linha disposta em catenária (estudo de caso B).

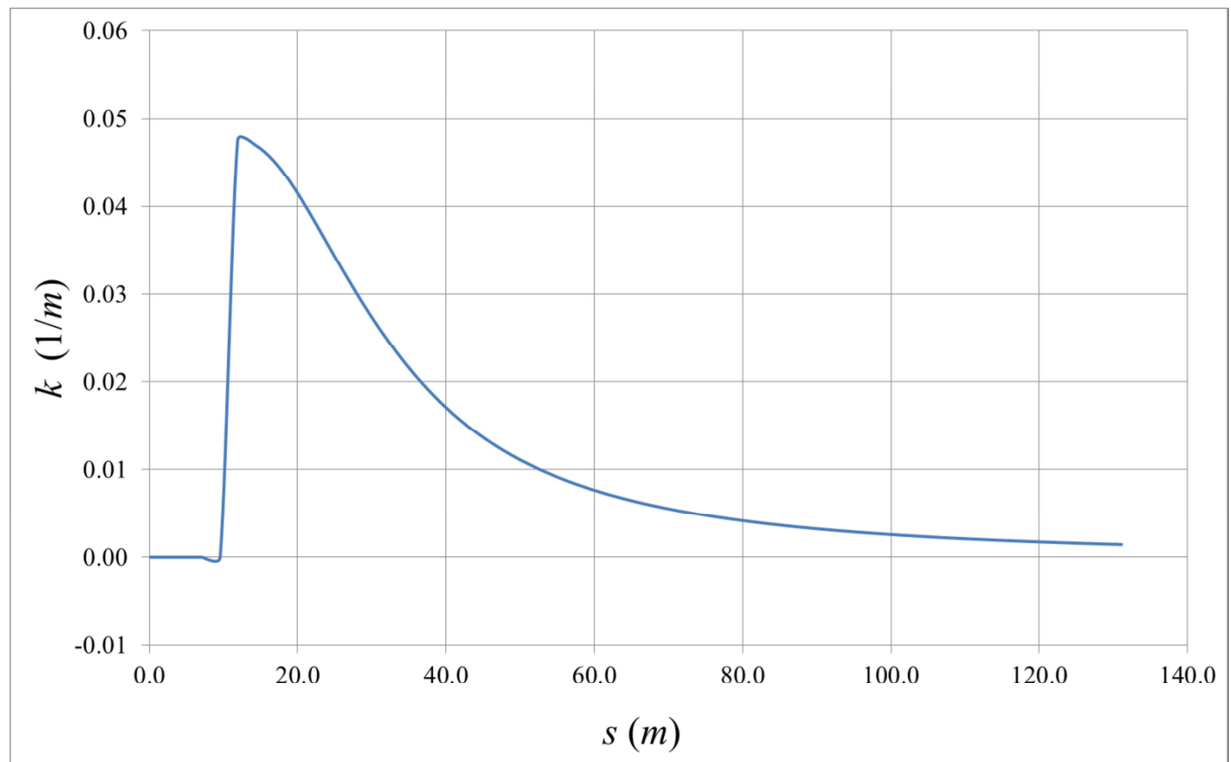


Figura 3.37 – Curvatura do eixo central (estudo de caso B).

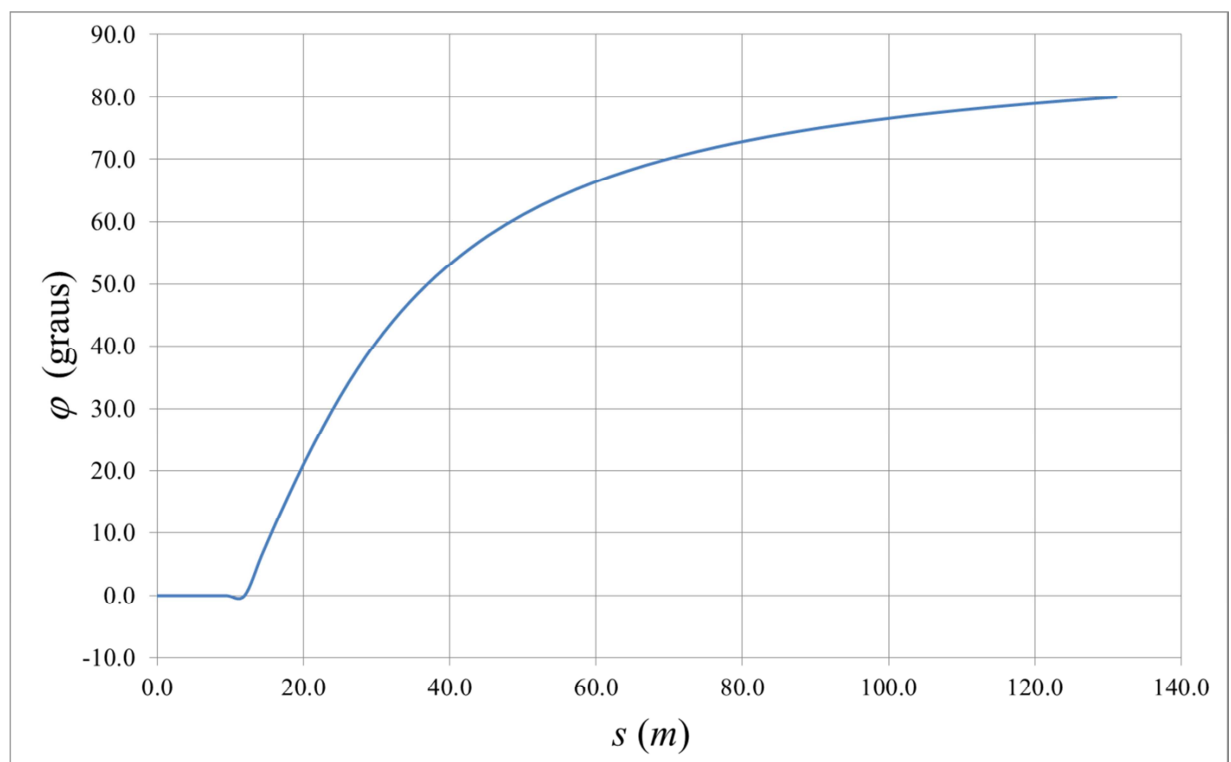


Figura 3.38 – Ângulo $\varphi = \varphi(s)$ com o plano horizontal (estudo de caso B).

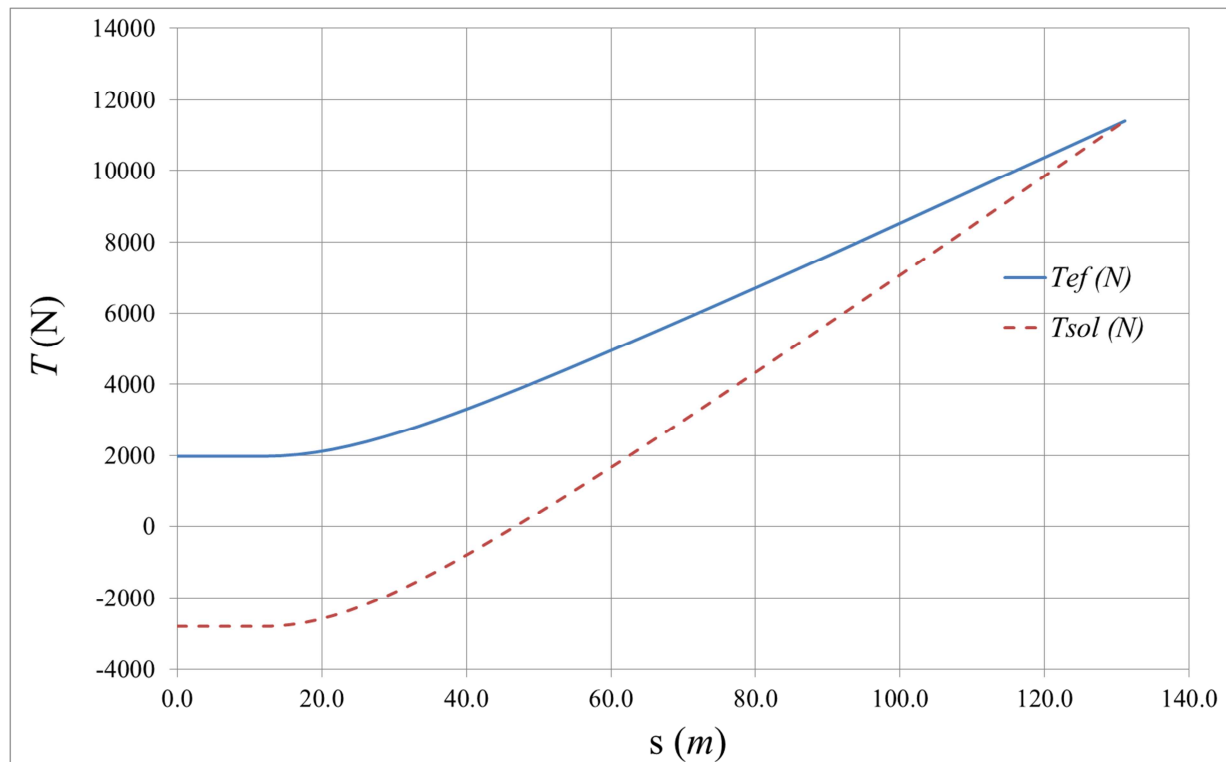


Figura 3.39 – Forças efetiva e solicitante nas seções (estudo de caso B).

Os gráficos de força solicitante, variação de raio médio e variação de espessura para cada camada, além dos gráficos de deformação, pressão de contato e formação de *gap* entre as camadas ao longo da linha para o estudo de caso B são dados nas figuras a 3.40 a 3.45 a seguir.

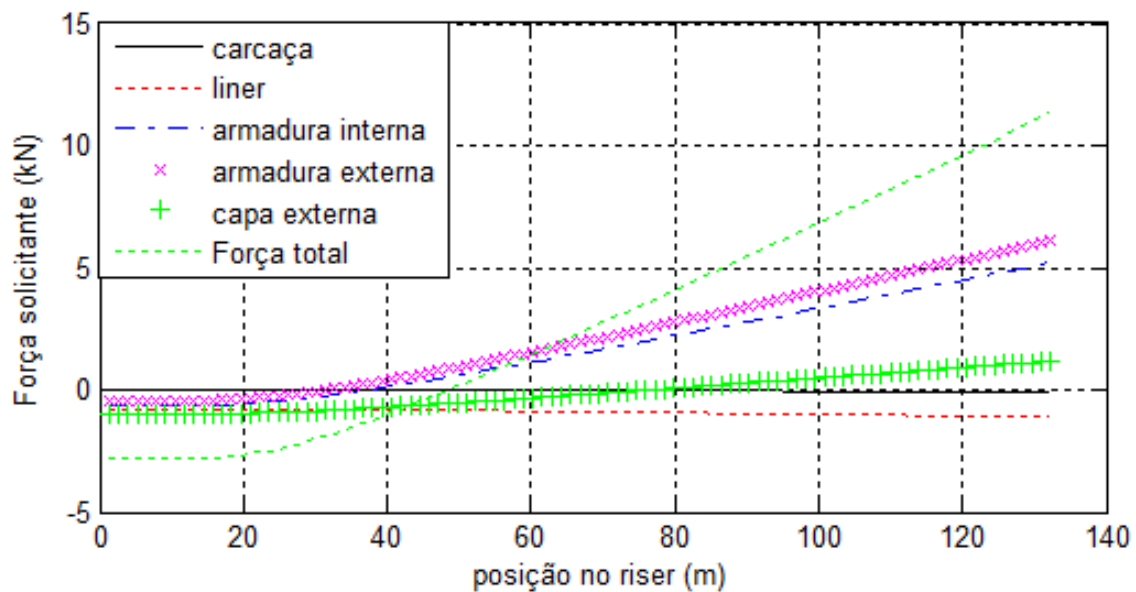


Figura 3.40 – Força axial nas camadas (modelo 1 completo, caso B).

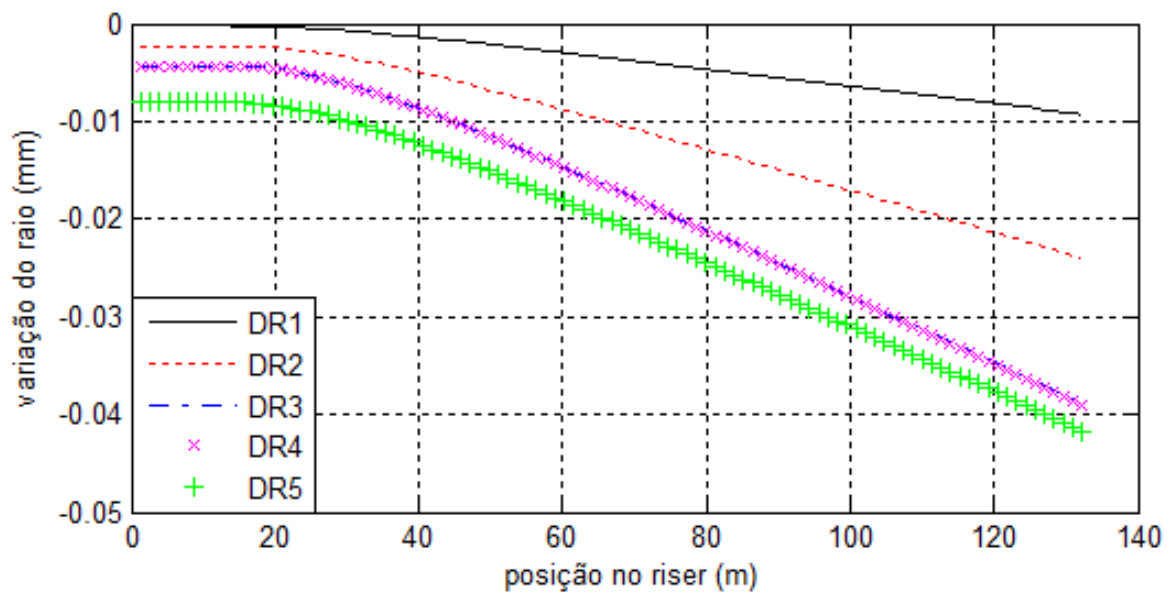


Figura 3.41 – Variação do raio médio das camadas (modelo 1 completo, caso B).

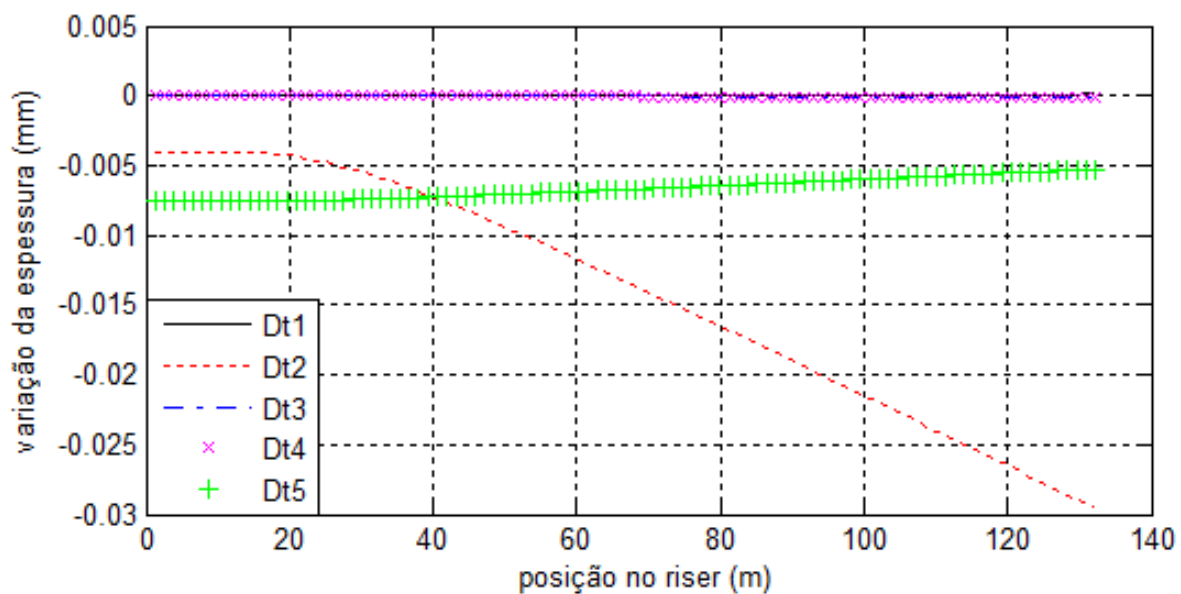


Figura 3.42 – Variação da espessura das camadas (modelo 1 completo, caso B).

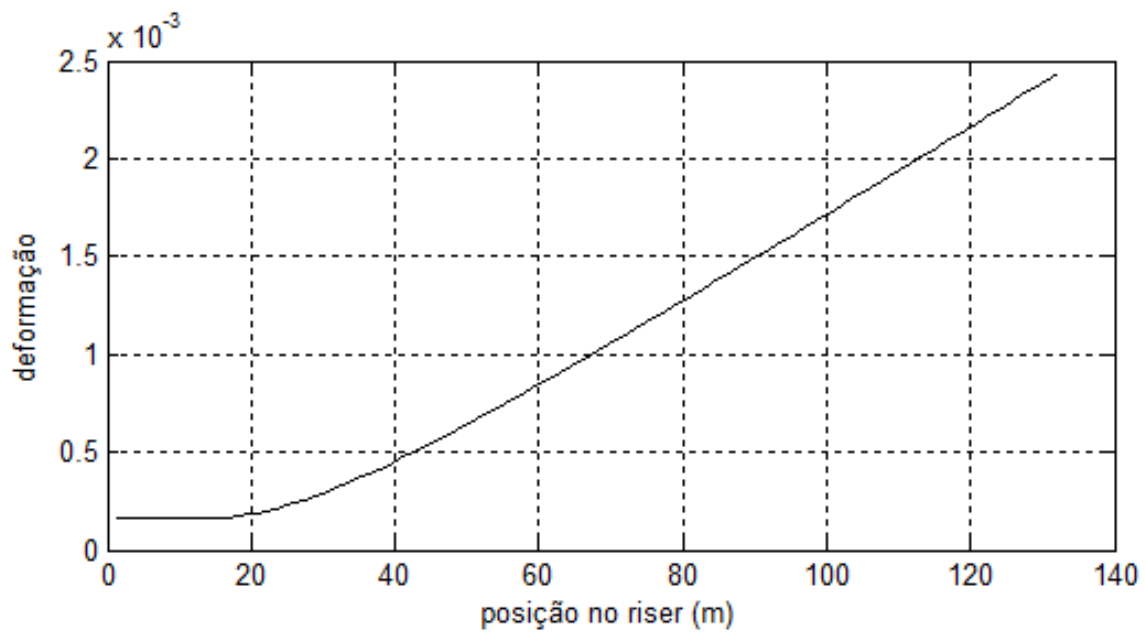


Figura 3.43 – Deformação ao longo do riser (modelo 1 completo, caso B).

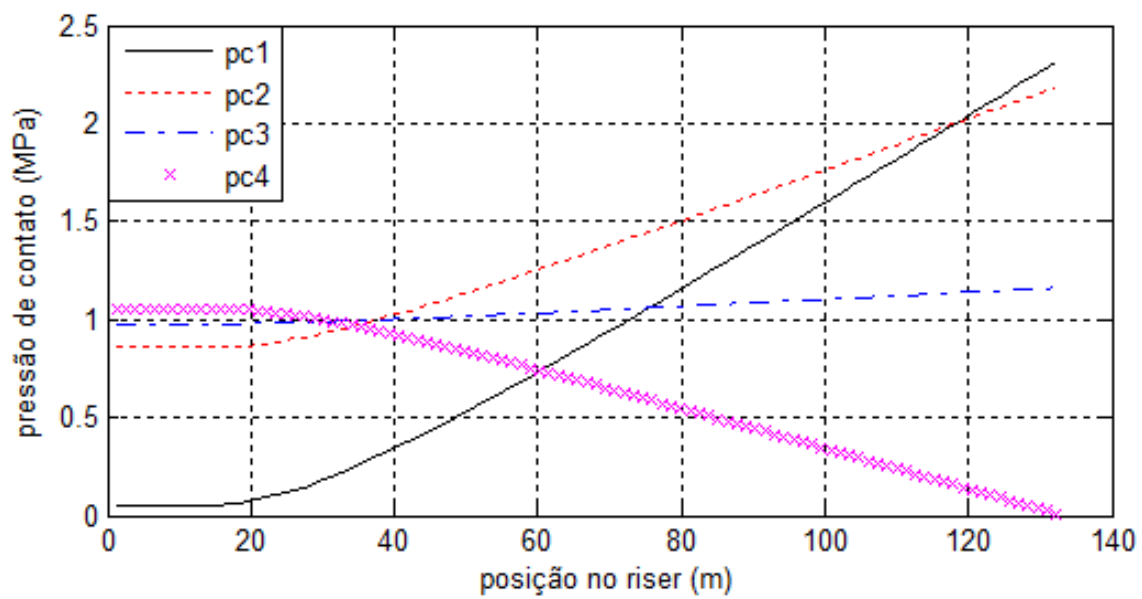


Figura 3.44 – Pressão de contato entre as camadas (modelo 1 completo, caso B).

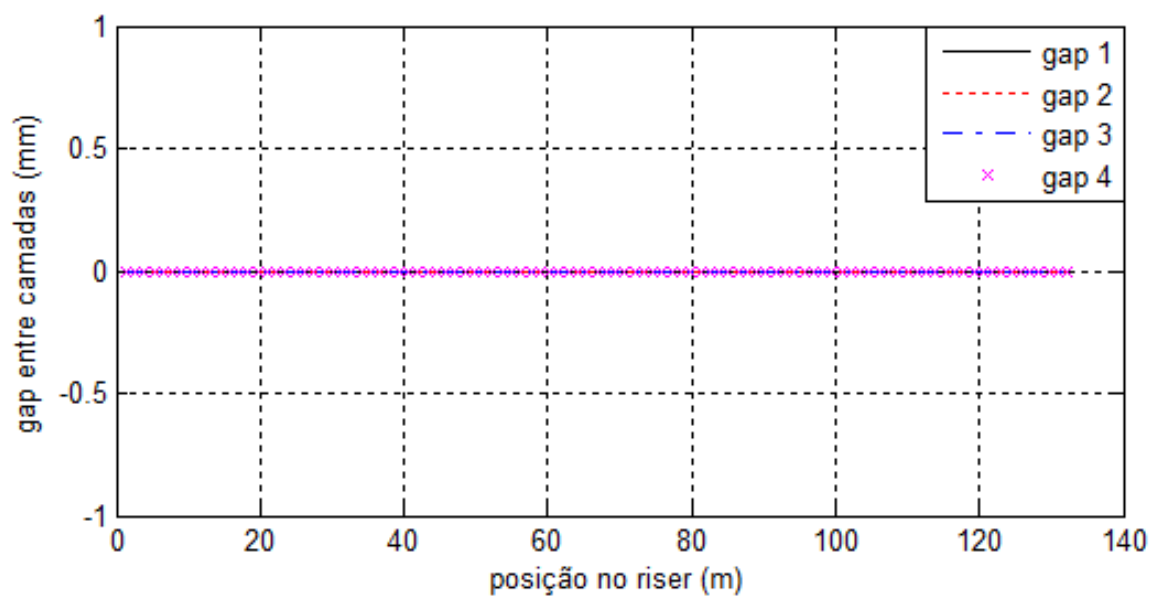


Figura 3.45 – Gap entre as camadas (modelo 1 completo, caso B)

Pode-se observar que todos os resultados obtidos neste segundo estudo de caso são também qualitativamente aceitáveis.

4. Modelo de análise local 2 para tubos do tipo pipe-in-pipe

Será desenvolvida nesta seção a formulação do modelo 2 que prescindirá das hipóteses que pressupõem o mesmo alongamento axial e o mesmo ângulo de giro por unidade de comprimento para todas as camadas em cada seção transversal da linha. Em substituição a estas hipóteses cinemáticas (empregadas no modelo 1), serão consideradas as seguintes hipóteses (menos restritivas) para o modelo 2:

- Deve haver igualdade de comprimento para todas as camadas na configuração deformada;
- Deve haver o mesmo ângulo de giro total para todas as camadas na configuração deformada.

As demais hipóteses estabelecidas para o modelo 1 permanecem, ou seja:

- Admite-se que os materiais que constituem cada camada são homogêneos, isotrópicos e possuem comportamento elástico-linear;
- Admite-se que na condição inicial (não deformada) do *riser*, não há pressão de contato nem *gap* (espaçamento) entre as camadas.

4.1. Modelagem

Tal como foi feito para o modelo 1, o comprimento total da linha será subdividido em $N - 1$ segmentos de mesmo comprimento L_0 , dando origem a N seções transversais. Cada uma destas seções estará sujeita a um conjunto de esforços solicitantes que por sua vez requerem a determinação dos seguintes esforços suportados pelas camadas:

- a força axial em cada uma das camadas ($F_{i,j}$);
- o momento torçor para cada uma das camadas ($M_{t,i,j}$);
- o momento fletor para cada uma das camadas ($M_{f,i,j}$) e
- a pressão de contato entre duas camadas adjacentes ($p_{c,i,j}$)

Além destas, também devem ser determinadas as seguintes incógnitas (para a i -ésima camada da j -ésima seção transversal):

- a variação do raio médio ($\Delta R_{i,j}$);
- a variação de espessura ($\Delta t_{i,j}$);
- o alongamento axial ($\varepsilon_{i,j}$);
- o ângulo de giro por unidade de comprimento ($\beta_{i,j}$).

Com relação ao eventual *gap* entre as camadas, será adotado o mesmo processo iterativo já empregado anteriormente: para a primeira iteração admite-se a hipótese de que não há formação de *gaps*; em seguida é realizada uma segunda iteração na qual, para as seções onde se obtém pressão de contato negativa, a pressão de contato é anulada e o *gap* é incluído como incógnita.

4.2. Incógnitas do problema

Resumindo, as incógnitas do problema são:

- $F_{i,j}$ (força axial para cada camada em cada seção);
- $M_{t,i,j}$ (momento torçor para cada camada em cada seção);
- $M_{f,i,j}$ (momento fletor para cada camada em cada seção);
- $p_{c,i,j}$ (pressão de contato entre as camadas i e $i+1$ para cada seção) ou, alternativamente, $g_{i,j}$ (*gap* formado na interface entre as camadas i e $i+1$);
- $\Delta R_{i,j}$ (variação do raio médio de cada camada em cada seção);
- $\Delta t_{i,j}$ (variação da espessura de cada camada em cada seção);
- $\varepsilon_{i,j}$ (alongamento axial de cada camada em cada seção);
- $\beta_{i,j}$ (ângulo de giro por unidade de comprimento de cada camada em cada seção);
- k_j (curvatura do eixo central em cada seção).

Designando por m o número de camadas cilíndricas e por N o número de seções transversais, temos o seguinte número de incógnitas a serem determinadas:

$$\begin{cases} F_{i,j}, M_{t,i,j}, M_{f,i,j}, \Delta R_{i,j}, \Delta t_{i,j}, \varepsilon_{i,j}, \beta_{i,j} & 7mN \\ p_{c,i,j} \text{ ou } g_{i,j} & (m-1)N \\ k_j & N \end{cases}$$

Obtendo-se um total de incógnitas igual a:

$$8mN$$

4.3. Equações propostas

Para o modelo 2 aqui desenvolvido serão reutilizadas algumas das expressões empregadas na seção 3.1.2; outras serão adaptadas a partir de expressões desta mesma seção e outras serão desenvolvidas especificamente para o modelo 2.

As expressões que podem ser reutilizadas são as (19), (22) e (23). Elas foram rescritas nas expressões (43), (44) e (45) abaixo:

$$\Delta R_{i+1,j} = \Delta R_{i,j} + \frac{(\Delta t_{i,j} + \Delta t_{i+1,j})}{2} + g_{i,j} \quad (43)$$

$$k_j = \frac{w_a T_x}{(w_a z_j + T_x)^2} \quad (44)$$

$$M_{f,ij} = k_j E_i I_i \quad (45)$$

As expressões (16), (17), (18) e (20) também podem ser reutilizadas tomando-se apenas o cuidado de substituir a deformação e o ângulo de giro por unidade de comprimento do modelo 1 (ε_j e β_j) pelas do modelo 2 ($\varepsilon_{i,j}$ e $\beta_{i,j}$), gerando as expressões (46), (47), (48) e (49) abaixo:

$$F_{i,j} = E_i A_i \varepsilon_{i,j} + A_i \left(1 - \frac{t_i}{2R_i}\right) \frac{v_i(2R_i - t_i)}{2t_i} p_{c,i-1j} - A_i \left(1 + \frac{t_i}{2R_i}\right) \frac{v_i(2R_i + t_i)}{2t_i} \cdot p_{c,ij} \quad (46)$$

$$\begin{aligned} \Delta t_{i,j} = & -v_i t_i \varepsilon_{i,j} - \left(1 - \frac{t_i}{2R_i}\right) \left[\frac{(1 - v_i^2)t_i}{2E_i} + \frac{v_i(1 + v_i)R_i}{E_i} \right] p_{c,i-1j} \\ & - \left(1 + \frac{t_i}{2R_i}\right) \left[\frac{(1 - v_i^2)t_i}{2E_i} - \frac{v_i(1 + v_i)R_i}{E_i} \right] p_{c,ij} \end{aligned} \quad (47)$$

$$\begin{aligned} \Delta R_{i,j} = & -v_i R_i \varepsilon_{i,j} + \left(1 - \frac{t_i}{2R_i}\right) \left[\frac{(1 - v_i^2)R_i^2}{t_i E_i} + \frac{v_i(1 + v_i)R_i}{2E_i} \right] p_{c,i-1j} \\ & - \left(1 + \frac{t_i}{2R_i}\right) \left[\frac{(1 - v_i^2)R_i^2}{t_i E_i} - \frac{v_i(1 + v_i)R_i}{2E_i} \right] p_{c,ij} \end{aligned} \quad (48)$$

$$\beta_{i,j} = \frac{M_{t,ij}}{G_i J_i} \quad (49)$$

Deve-se observar que o subscrito i nas expressões acima pode valer 1 ou 2 (para o caso de um tubo formado apenas por duas camadas cilíndricas), sendo que $p_{c,0j} = p_{int,j}$ e $p_{c,2j} = p_{ext,j}$.

Além disso, para o caso específico do modelo aqui desenvolvido, não há momento de torção distribuído ao longo de nenhuma das camadas do tubo. Logo, pode-se inferir que os momentos torçores entre duas seções vizinhas de uma mesma camada são iguais, conforme pode ser visto na expressão (50) abaixo.

$$M_{t,ij} = M_{t,ij+1} \quad (50)$$

É preciso estabelecer também duas condições de contorno no topo da linha: a primeira condição é que a somatória das forças solicitantes nas camadas e dos efeitos de pressão interna e pressão extena na última seção transversal deve ser igual à tração efetiva no topo obtida através do modelo global; a segunda condição é que a somatória dos momentos de torção na última seção deve ser igual ao momento torçor total aplicado ao topo, que para os casos aqui tratados é nulo. Tais condições estão expressas nas equações (51) e (52) abaixo.

$$\left(\sum_{i=1}^m F_{i,N} \right) - p_{int,N} A_{int} + p_{ext,N} A_{ext} = T_N \quad (51)$$

$$\sum_{i=1}^m M_{t,i,N} = 0 \quad (52)$$

Além disso, duas novas expressões devem ser incluídas ao modelo 2 sendo estas oriundas das seguintes condições: mesmo ângulo de giro entre as camadas no topo da linha e mesmo comprimento entre as camadas na configuração deformada.

Sabe-se que o ângulo de giro no topo de cada camada pode ser obtido pela somatória dos parâmetros $\beta_{i,j}$ (ângulo de giro por unidade de comprimento) da referida camada em todas as seções da linha, multiplicados pelo comprimento do segmento a que eles se referem. A primeira condição implica, portanto, na seguinte expressão:

$$\sum_{j=1}^N \beta_{i,j} \cdot L_0 = \sum_{j=1}^N \beta_{i+1,j} \cdot L_0 \quad ou \quad \sum_{j=1}^N \beta_{i,j} = \sum_{j=1}^N \beta_{i+1,j} \quad (53)$$

A partir da segunda condição imposta obtêm-se a expressão (54) abaixo, que foi desenvolvida no anexo A.

$$\sum_{j=1}^N \varepsilon_{i,j} = \sum_{j=1}^N \varepsilon_{i+1,j} \quad (54)$$

Finalmente, é necessária uma equação de equilíbrio que relacione as forças axiais entre seções vizinhas para uma mesma camada. Esta expressão pôde ser obtida pela aplicação das equações diferenciais de equilíbrio (ver anexo B) e é dada abaixo:

$$F_{i,j+1} - F_{i,j} = \mu_i A_i (z_{j+1} - z_j) g \quad (55)$$

Onde A_i corresponde à área da seção transversal de uma camada cilíndrica genérica e $(z_{j+1} - z_j)$ corresponde à diferença de cotas entre os pontos do eixo central do tubo ligados às extremidades de um dado segmento do tubo. Verifica-se de imediato que, se a diferença de cotas for nula (o que ocorre, por exemplo, no trecho apoiado sobre o solo), a fórmula proposta mostra que $F_{i,j+1} = F_{i,j}$, como esperado (já que, por hipótese, não há forças de atrito entre o solo e a tubulação).

Agora, designando por m o número de camadas e por N o número de seções transversais da linha, teremos o seguinte número de equações para as expressões enumeradas acima:

$$\left\{ \begin{array}{ll} (43) & (m-1)N \\ (44) & N \\ (45), (46), (47), (48) \text{ e } (49) & 5mN \\ (50) & m(N-1) \\ (51), (52) & 2 \\ (53), (54) & 2(m-1) \\ (55) & m(N-1) \end{array} \right.$$

Obtêm-se, portanto, um número total de equações de:

$$8mN$$

Que corresponde exatamente ao número de incógnitas do problema.

4.4. Resultados obtidos – Estudo de caso A

As equações do modelo 2 foram implementadas no programa MatLab. Os resultados provenientes do modelo de análise global para o estudo de caso A (dados nas Tabelas 2.1 e 3.1) já foram apresentados anteriormente (ver seção 3.1.3, figuras 3.2 a 3.5). Passaremos então a apresentar os resultados do modelo de análise local proposto (modelo 2) para o estudo de caso A. Os gráficos de força solicitante, variação de raio e variação de espessura para cada camada, além dos gráficos de deformação, pressão de contato e formação de *gap* entre as camadas ao longo da linha para o caso A são dados nas figuras 4.1 a 4.6 a seguir.

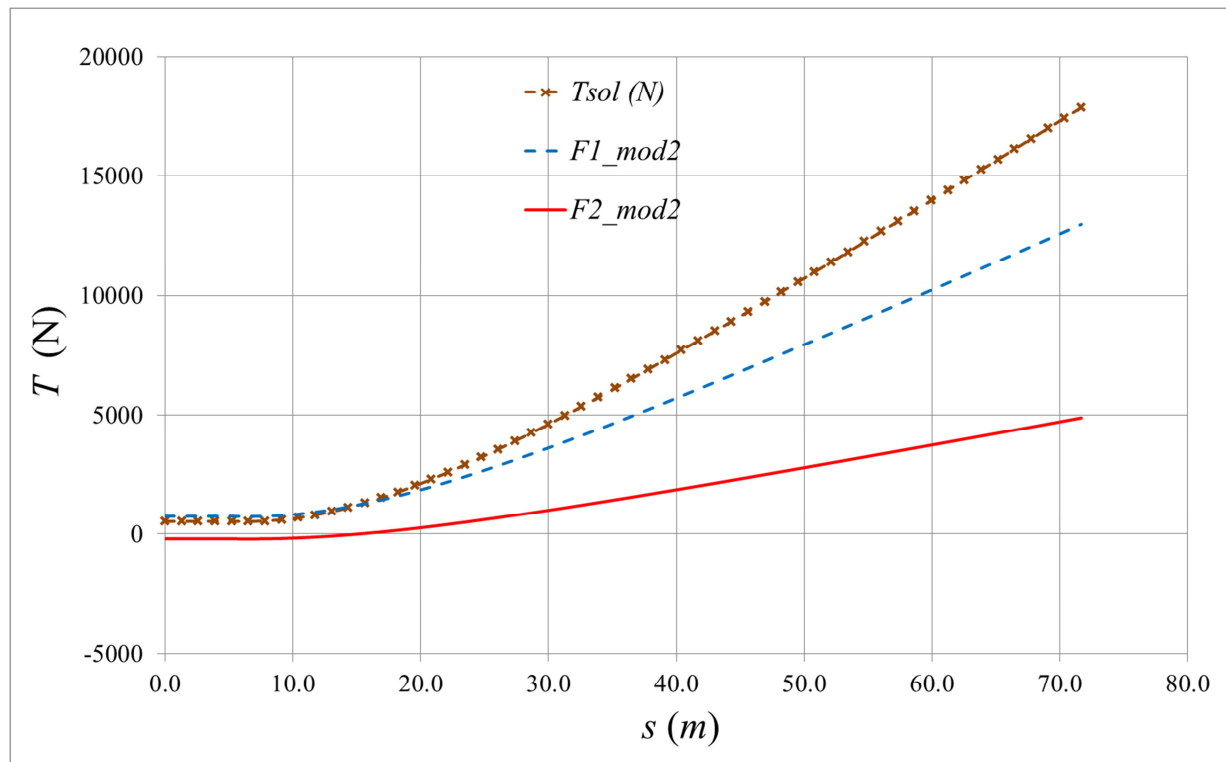


Figura 4.1 – Força axial solicitante (modelo 2, caso A).

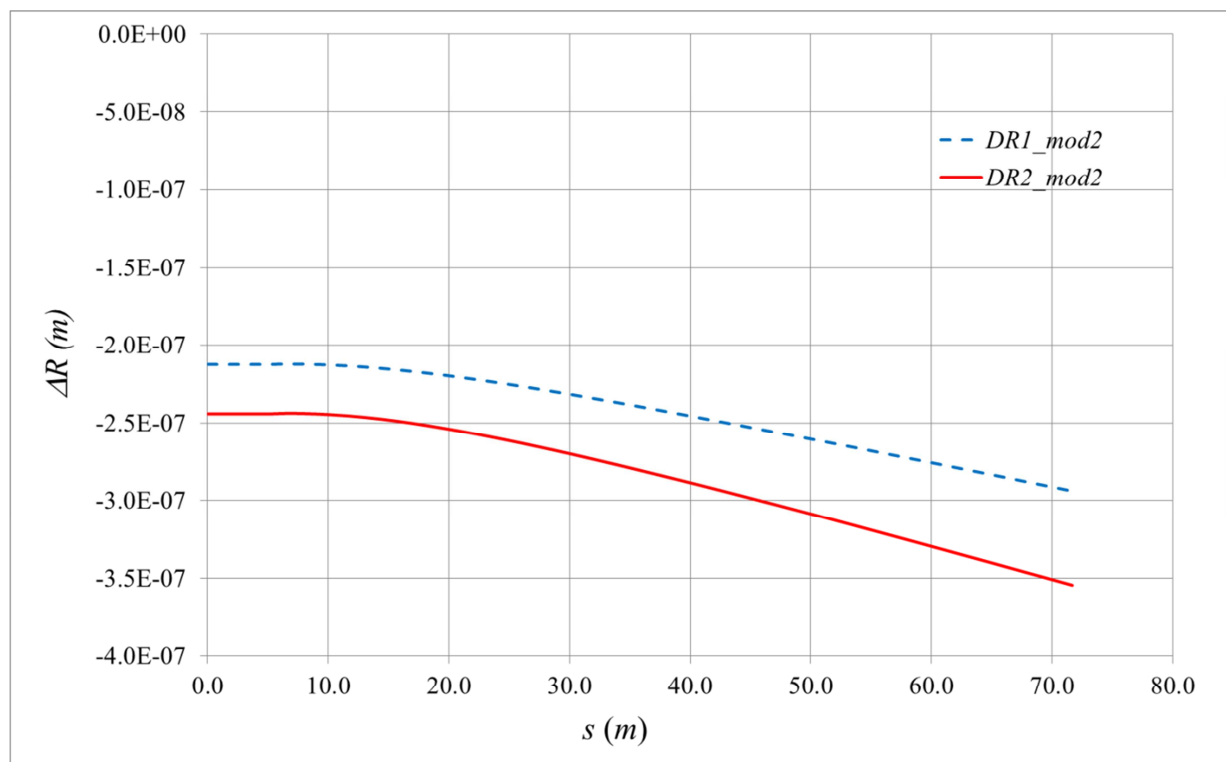


Figura 4.2 – Variação do raio médio (modelo 2, caso A).

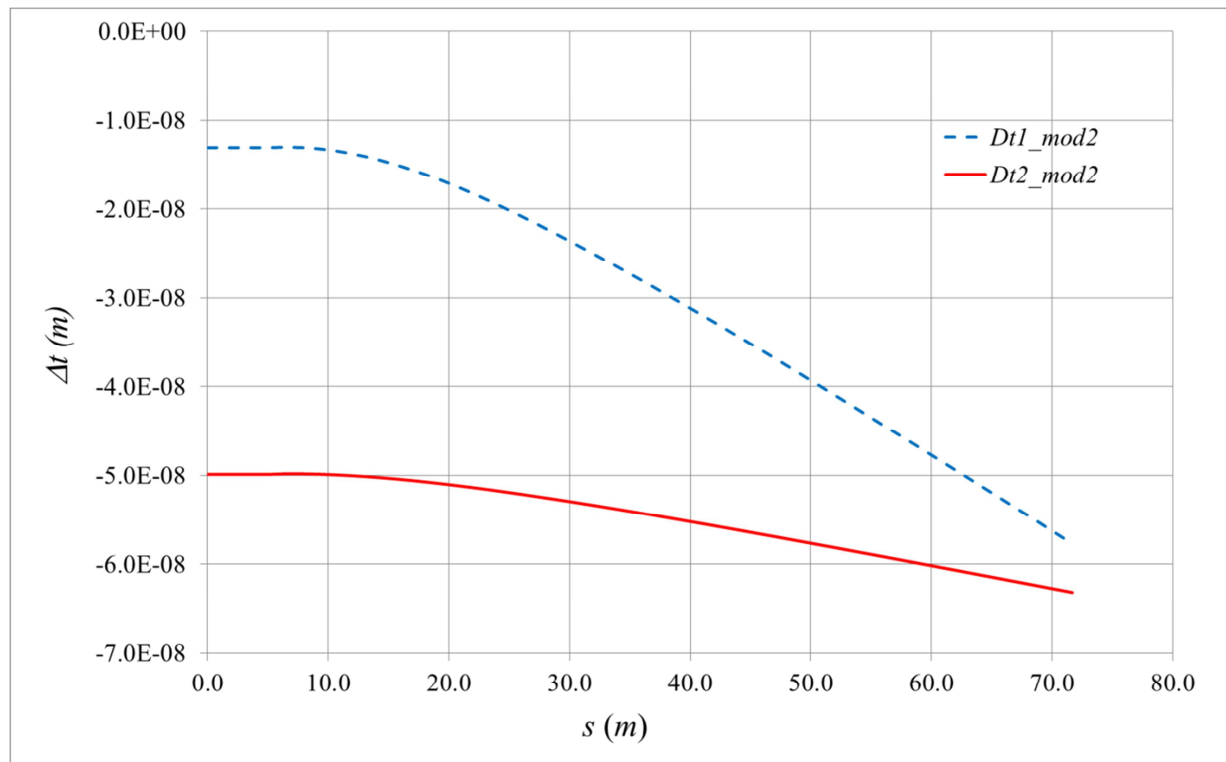


Figura 4.3 – Variação da espessura (modelo 2, caso A).

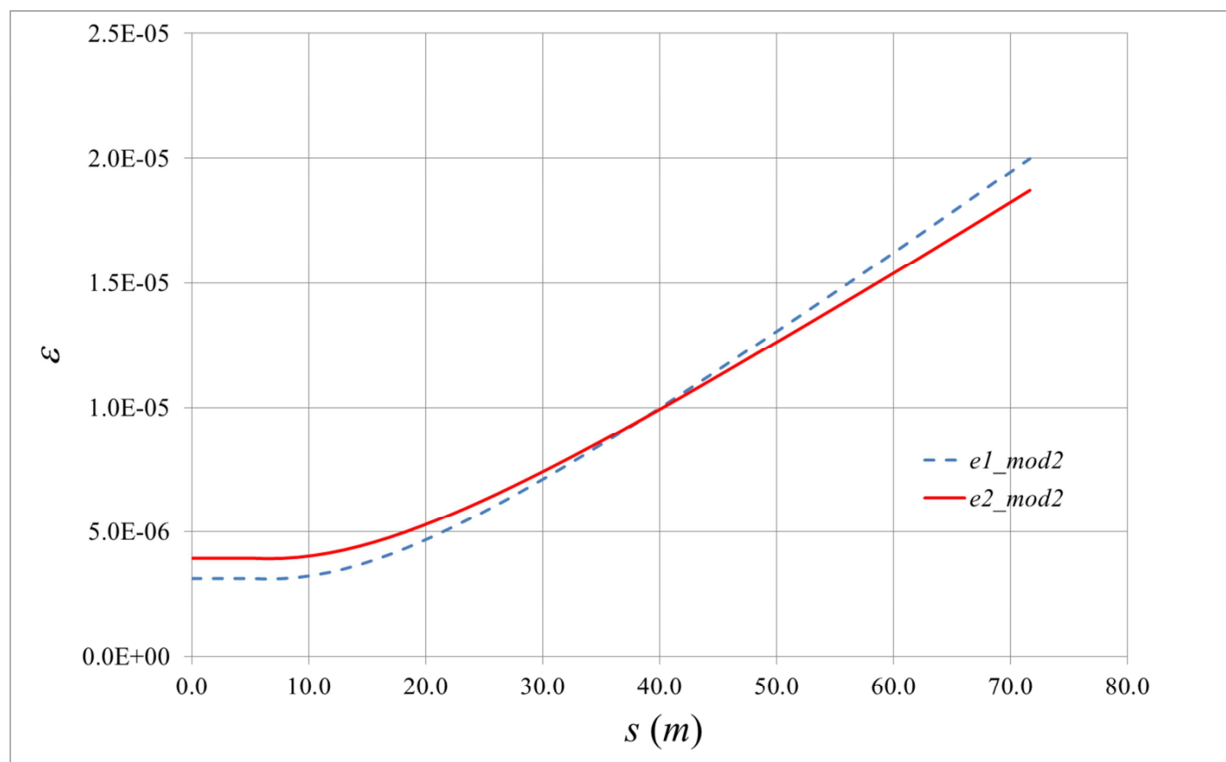


Figura 4.4 – Deformação das camadas (modelo 2, caso A).

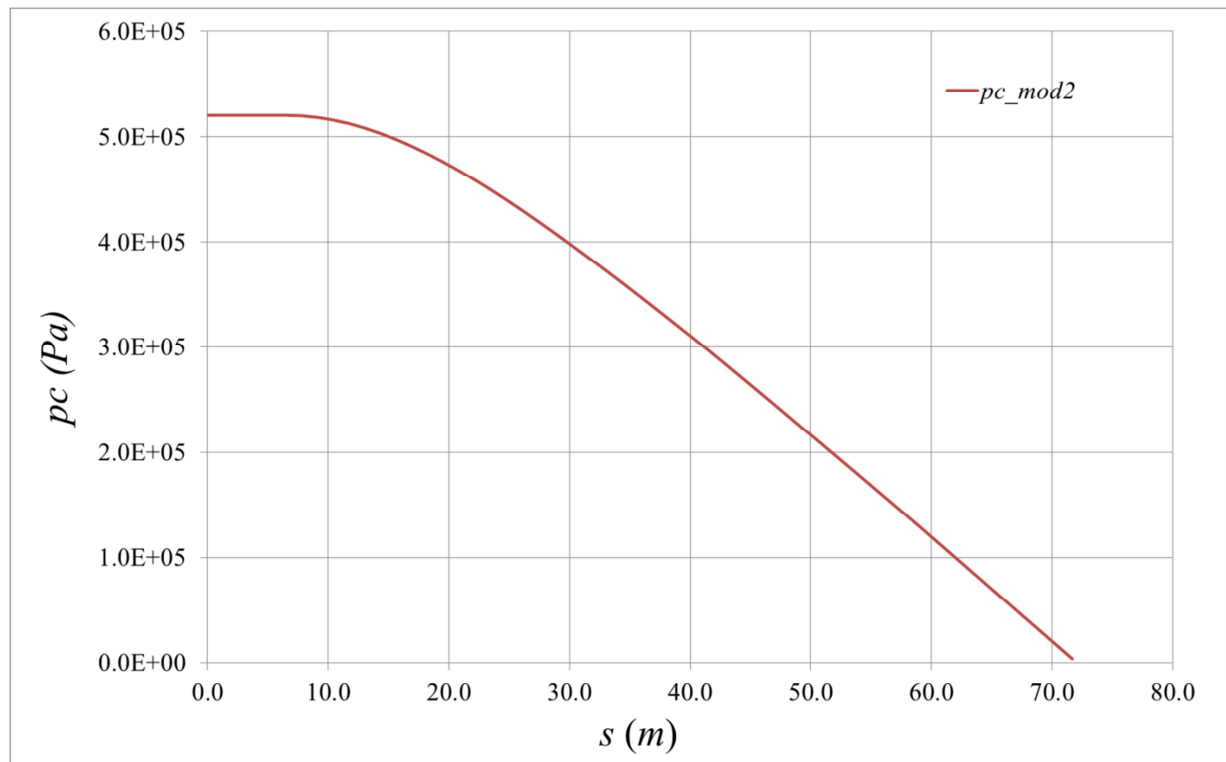


Figura 4.5 – Pressão de contato entre a camadas (modelo 2, caso A).

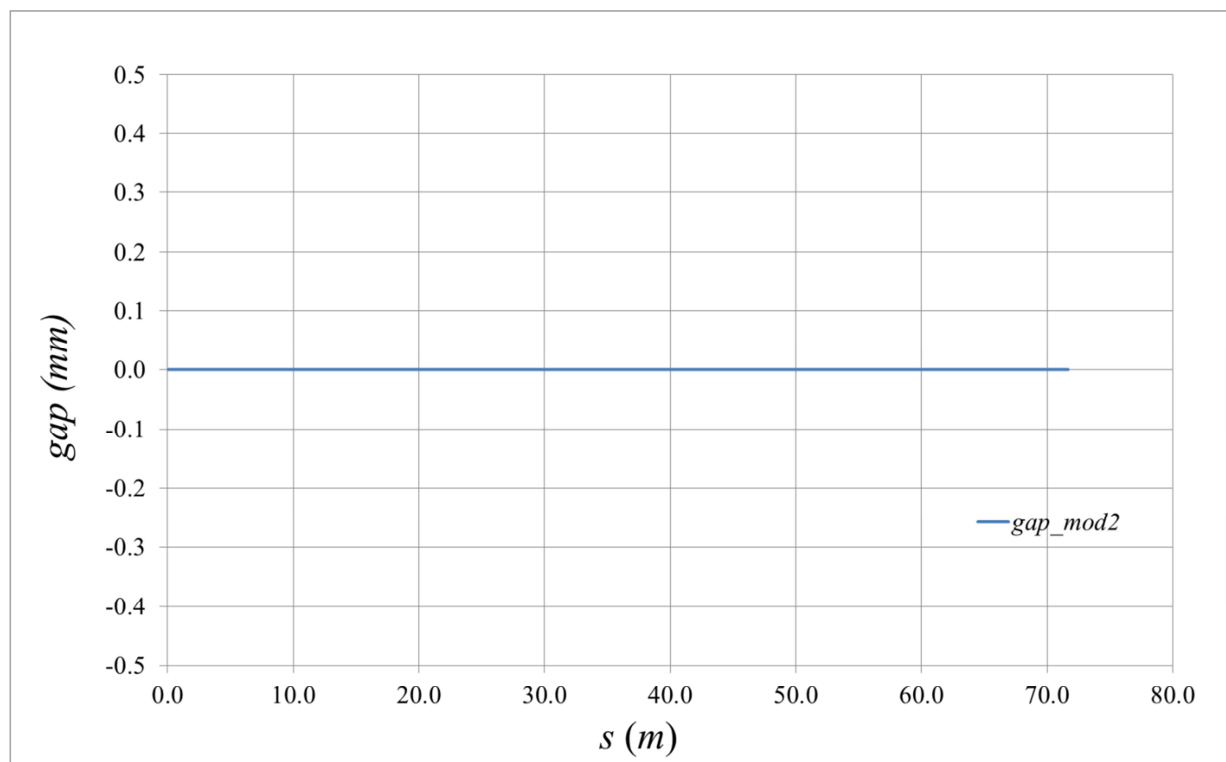


Figura 4.6 – Gap entre as camadas (modelo 2, caso A).

4.5. Resultados obtidos – Estudo de caso B

Os resultados provenientes do modelo de análise global para o estudo de caso B (dados nas Tabelas 2.2 e 3.2) já foram apresentados anteriormente (ver seção 3.1.4, figuras 3.14 a 3.17). Passaremos então a apresentar os resultados do modelo de análise local proposto (modelo 2) para o estudo de caso B. Os gráficos de força solicitante, variação de raio e variação de espessura para cada camada, além dos gráficos de deformação, pressão de contato e formação de *gap* entre as camadas ao longo da linha para o caso B são dados nas figuras 4.7 a 4.12 a seguir.

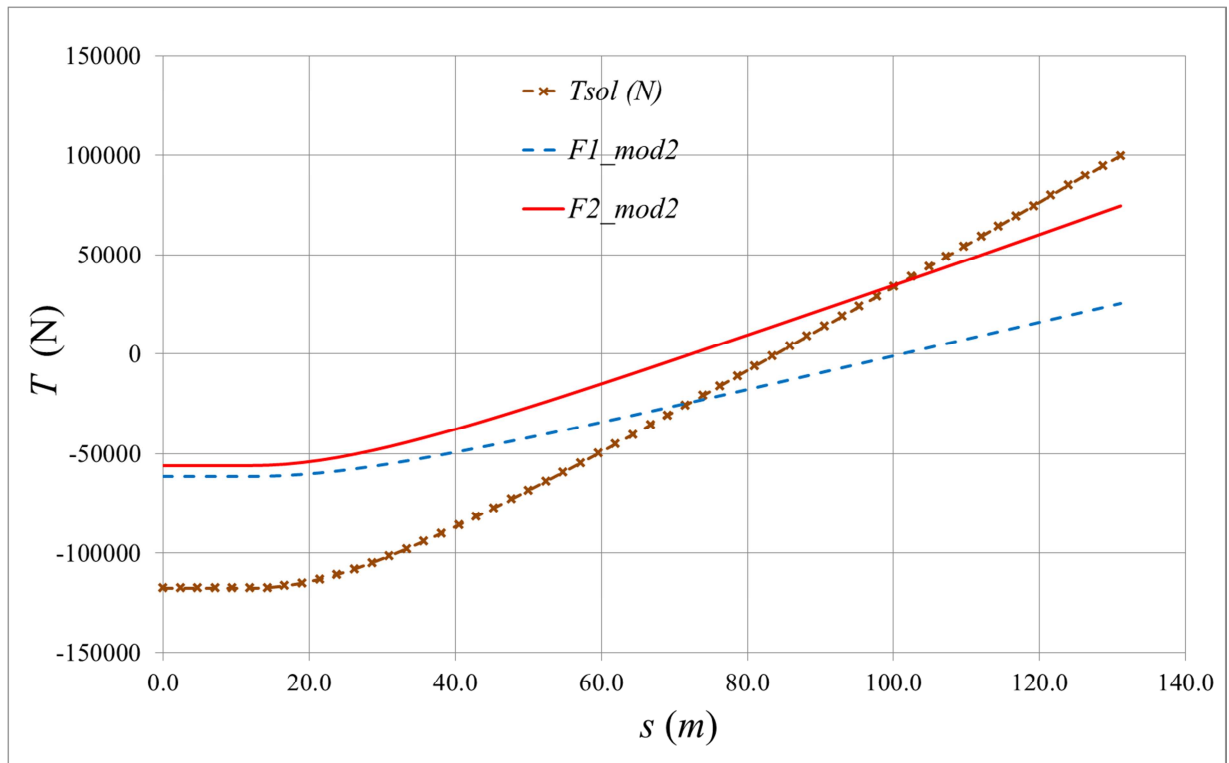


Figura 4.7 – Força axial solicitante (modelo 2, caso B).

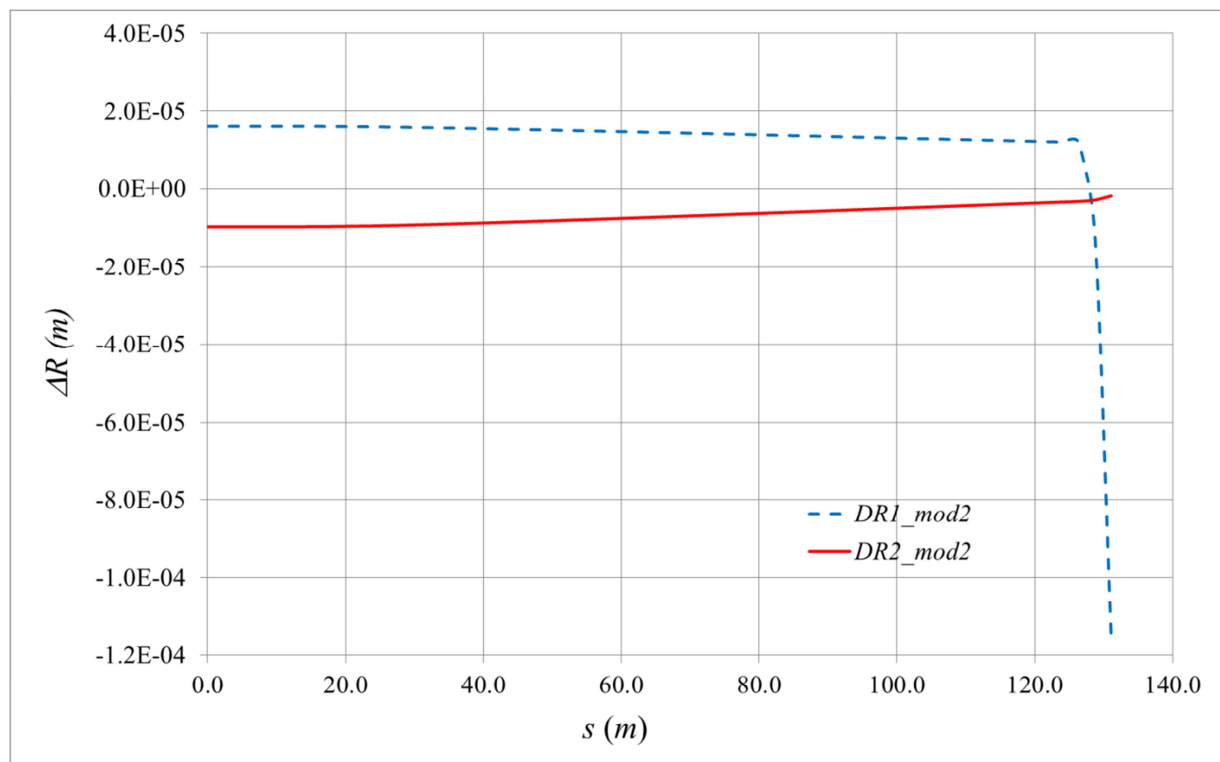


Figura 4.8 – Variação do raio médio (modelo 2, caso B).

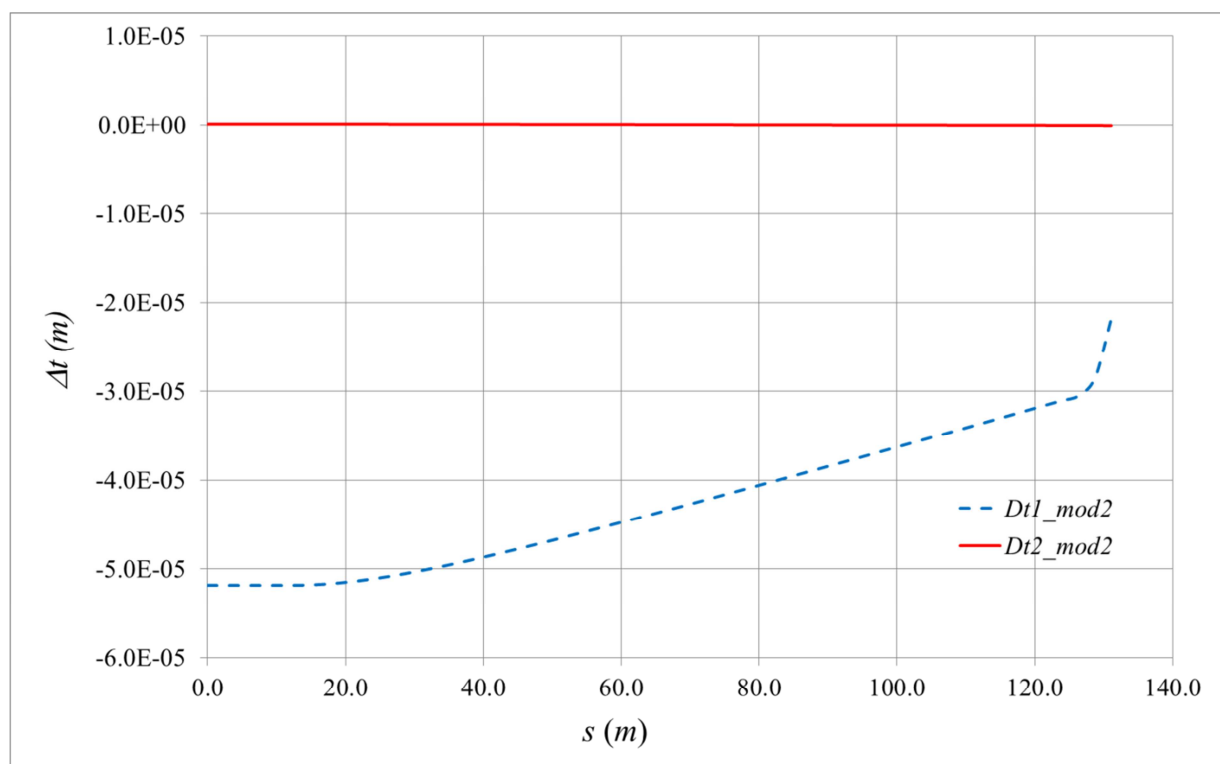


Figura 4.9 – Variação da espessura (modelo 2, caso B).

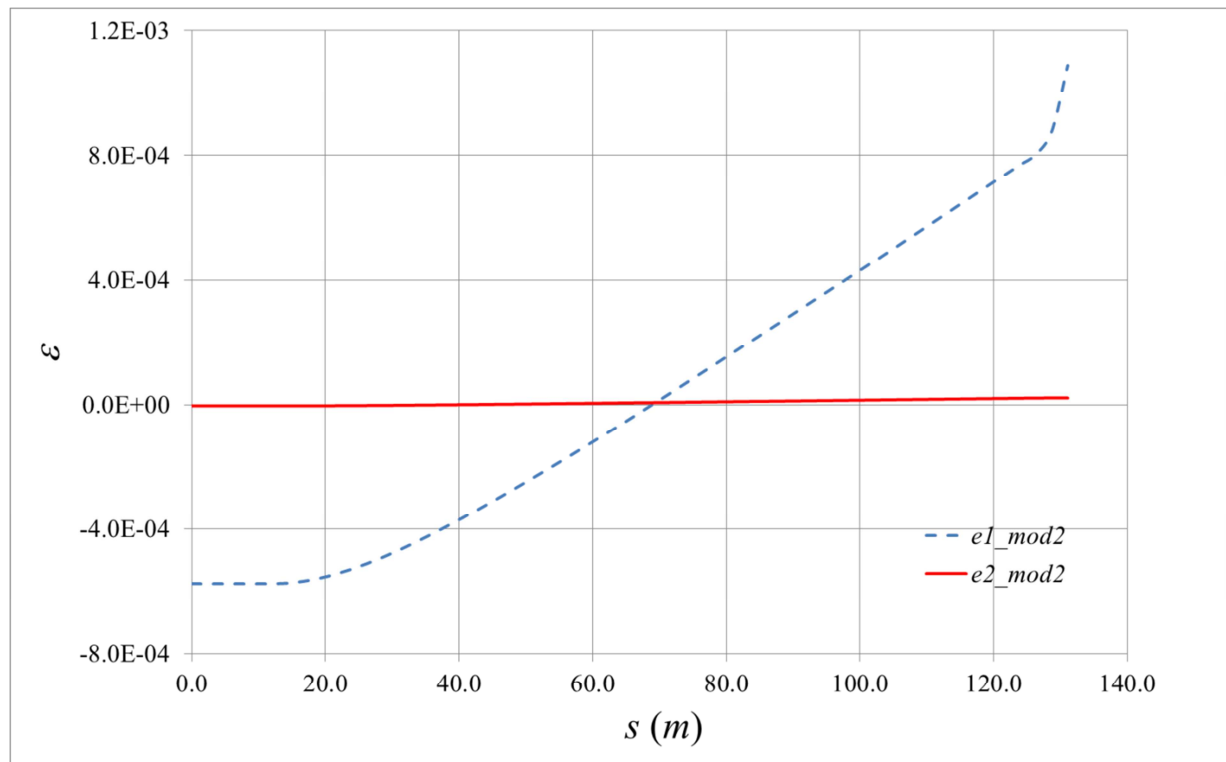


Figura 4.10 – Deformação das camadas (modelo 2, caso B).

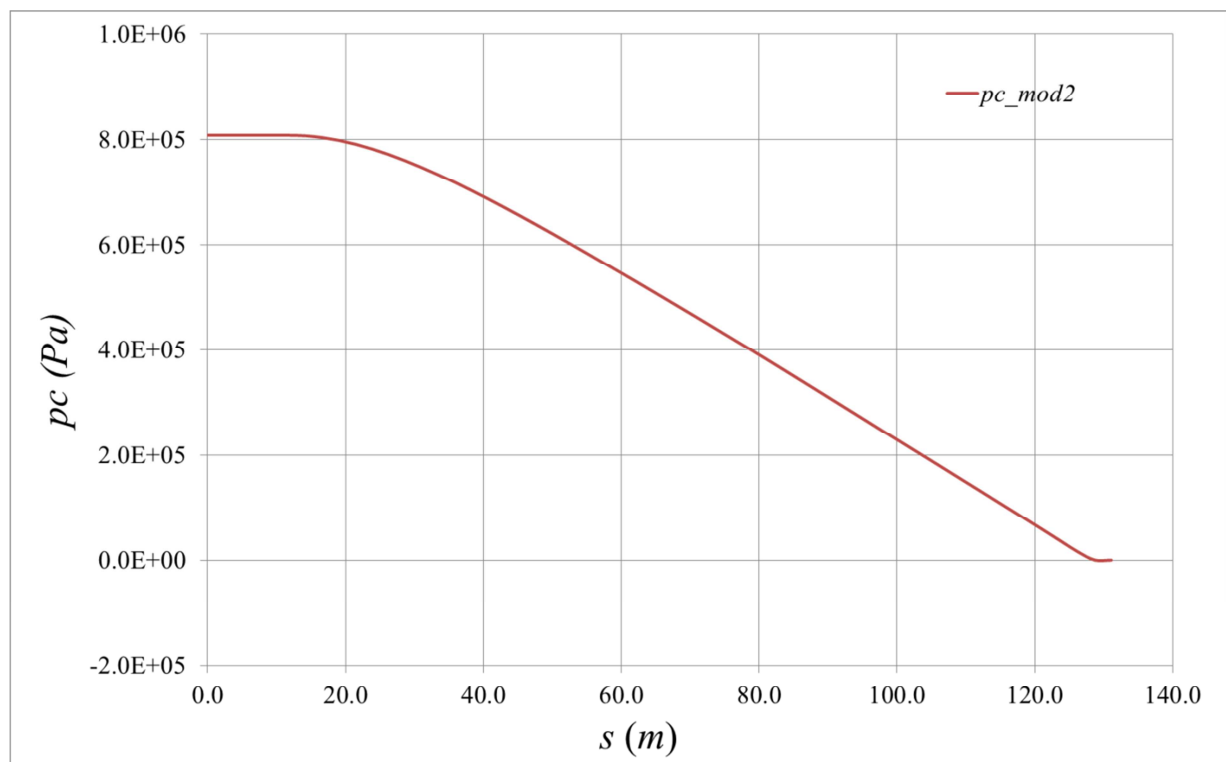


Figura 4.11 – Pressão de contato entre a camadas (modelo 2, caso B).

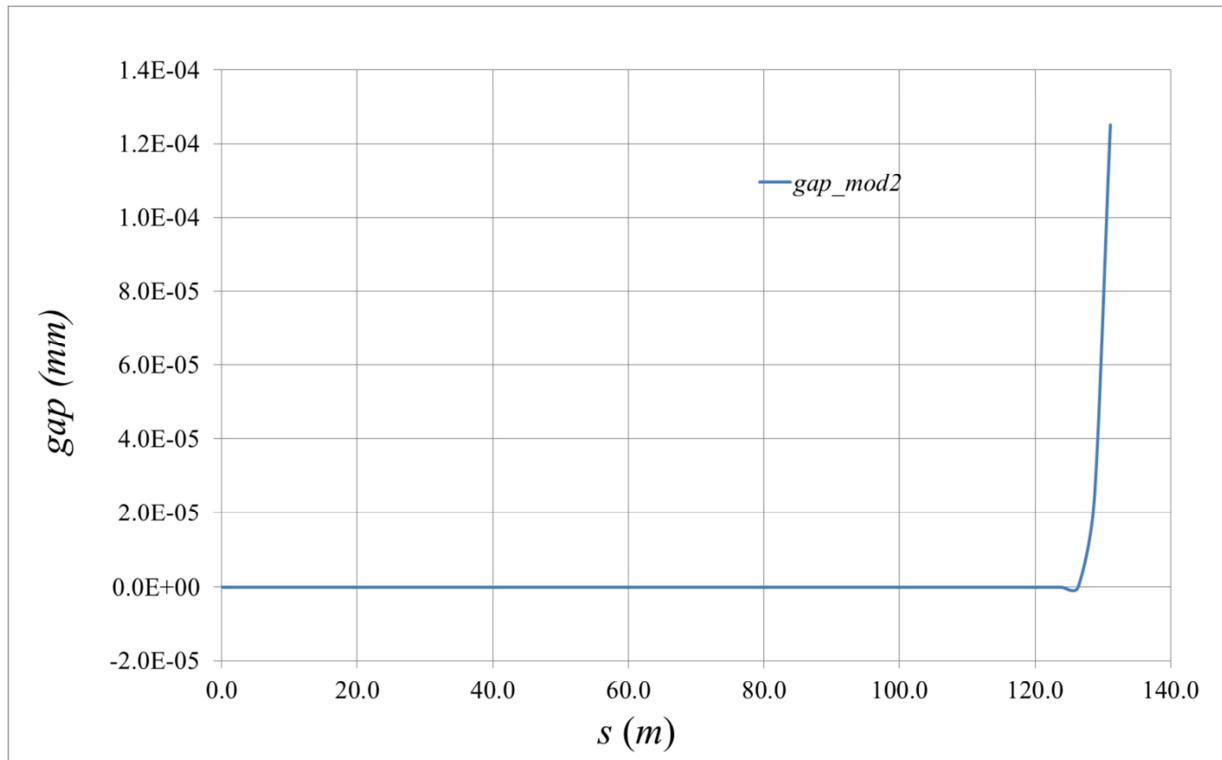


Figura 4.12 – Gap entre as camadas (modelo 2, caso B).

É interessante observar, conforme mostrado nas figuras 4.4 e 4.10, que fornecem as deformações ao longo da linha para os casos A e B respectivamente, que os alongamentos axiais em cada camada podem ter valores diferentes nas seções transversais, contrariando a hipótese, estabelecida pela grande maioria dos modelos de análise local, de que “as seções planas antes da deformação permanecem planas após a deformação”. Ademais, observa-se também que as curvas de deformação das camadas interna e externa sempre se cruzam em algum ponto intermediário da linha, o que é de se esperar, visto que a integral da deformação axial de cada uma das camadas ao longo do comprimento total deve ser exatamente a mesma (correspondendo à variação do comprimento total da linha, que é a mesma para todas as camadas do tubo).

5. Comparação entre os modelos

O objetivo da presente seção é realizar algumas comparações entre os resultados obtidos com o modelo 1 e com o modelo 2 aplicados a um tubo do tipo *pipe-in-pipe*. As figuras abaixo mostram as comparações entre os resultados obtidos pelos dois modelos (para os dois estudos de caso considerados) para as seguintes curvas: distribuições de forças axiais solicitantes, variações dos raios médios, variações de espessuras, alongamentos axiais, pressões de contato, e *gap* entre as camadas.

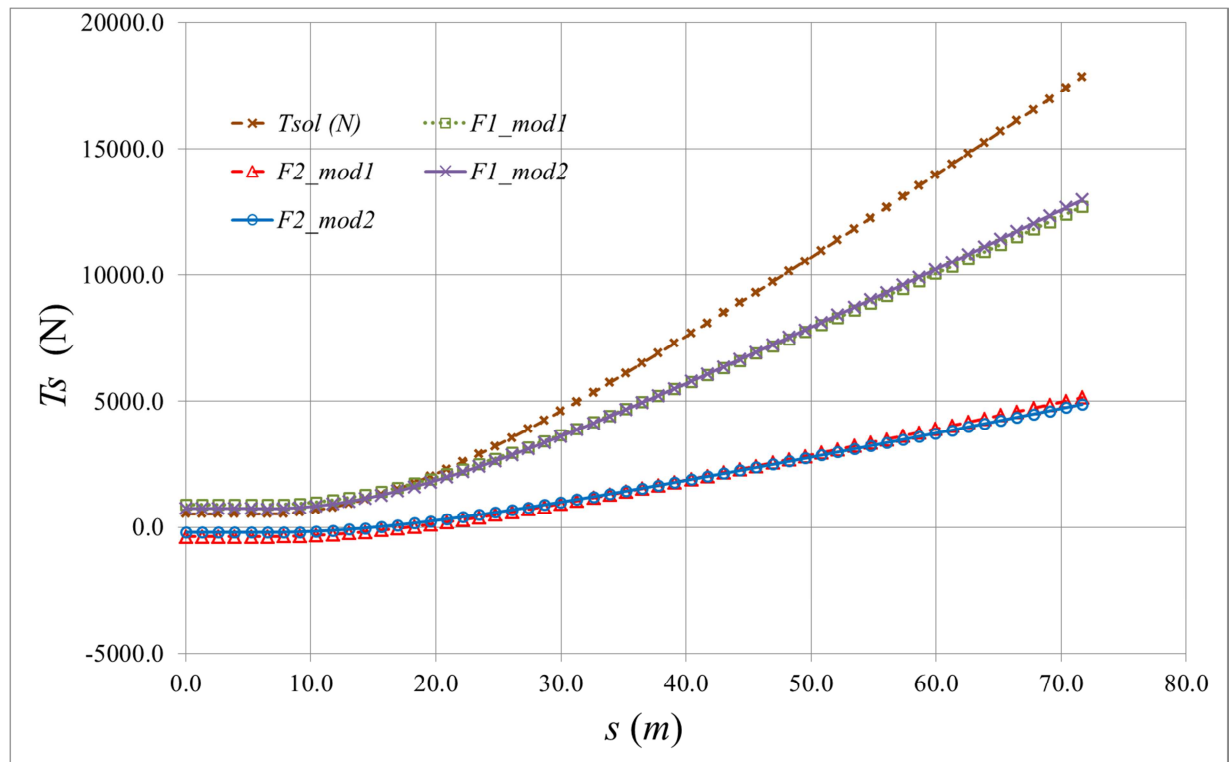


Figura 5.1 – Comparação entre as forças axiais solicitantes (caso A).

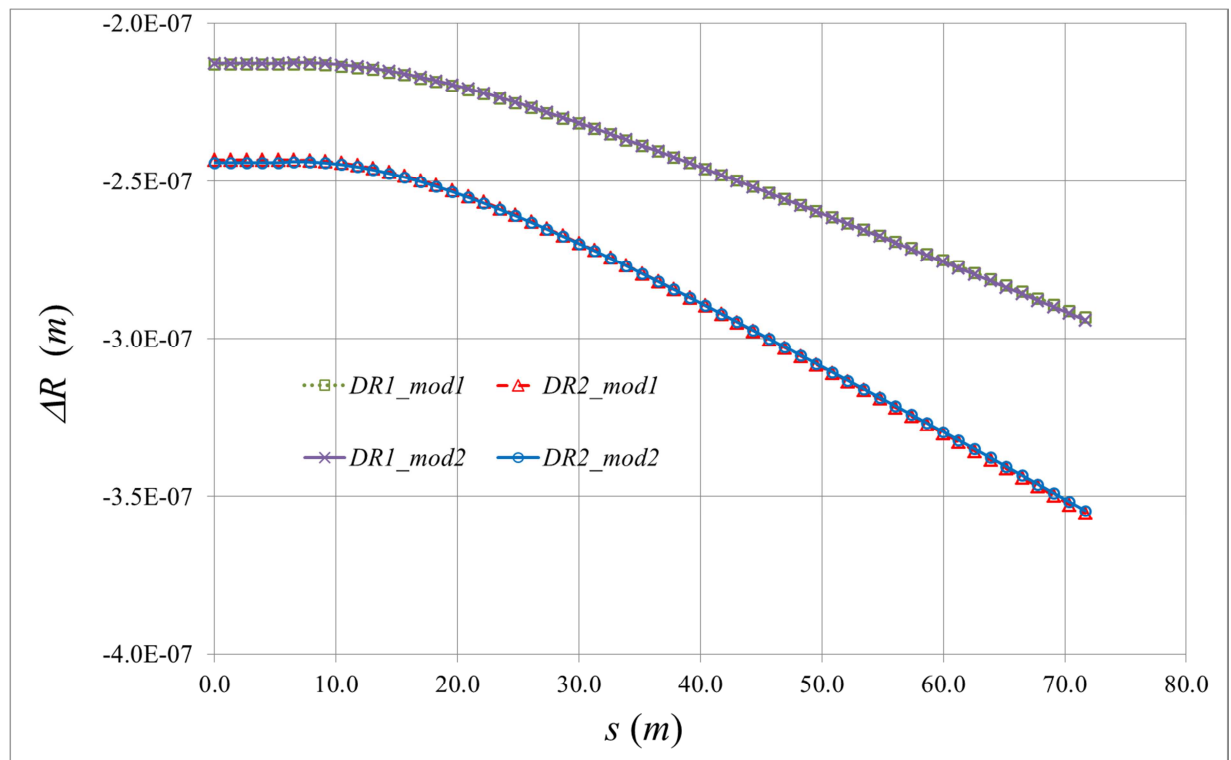


Figura 5.2 – Comparação entre as variações do raio médio (caso A).

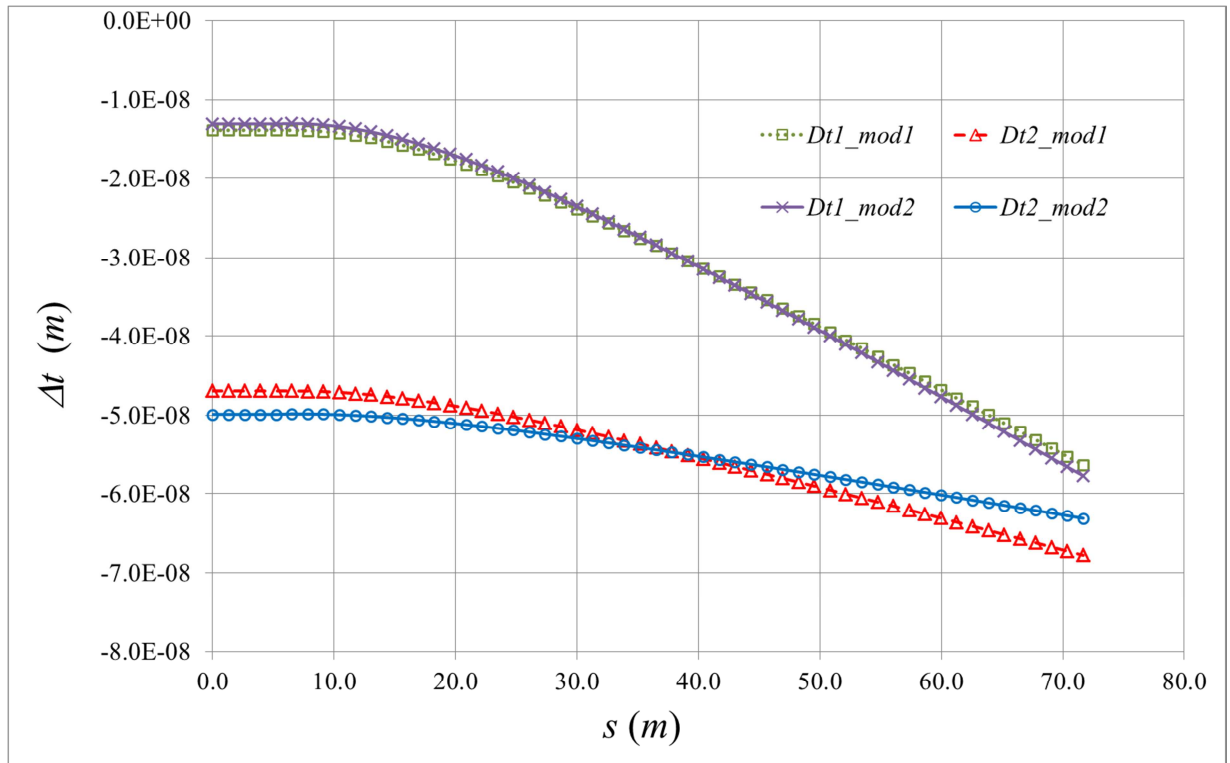


Figura 5.3 – Comparação entre as variações do espessura (caso A).

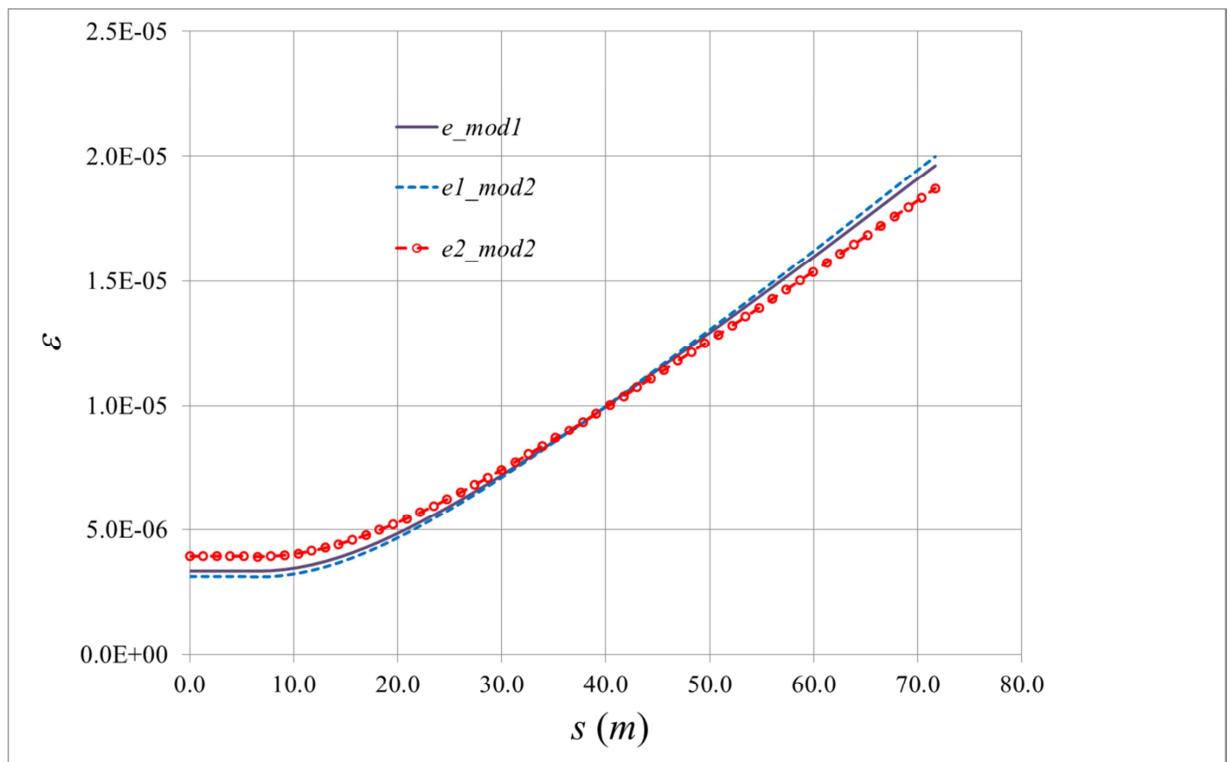


Figura 5.4 – Comparação entre as deformações (caso A).

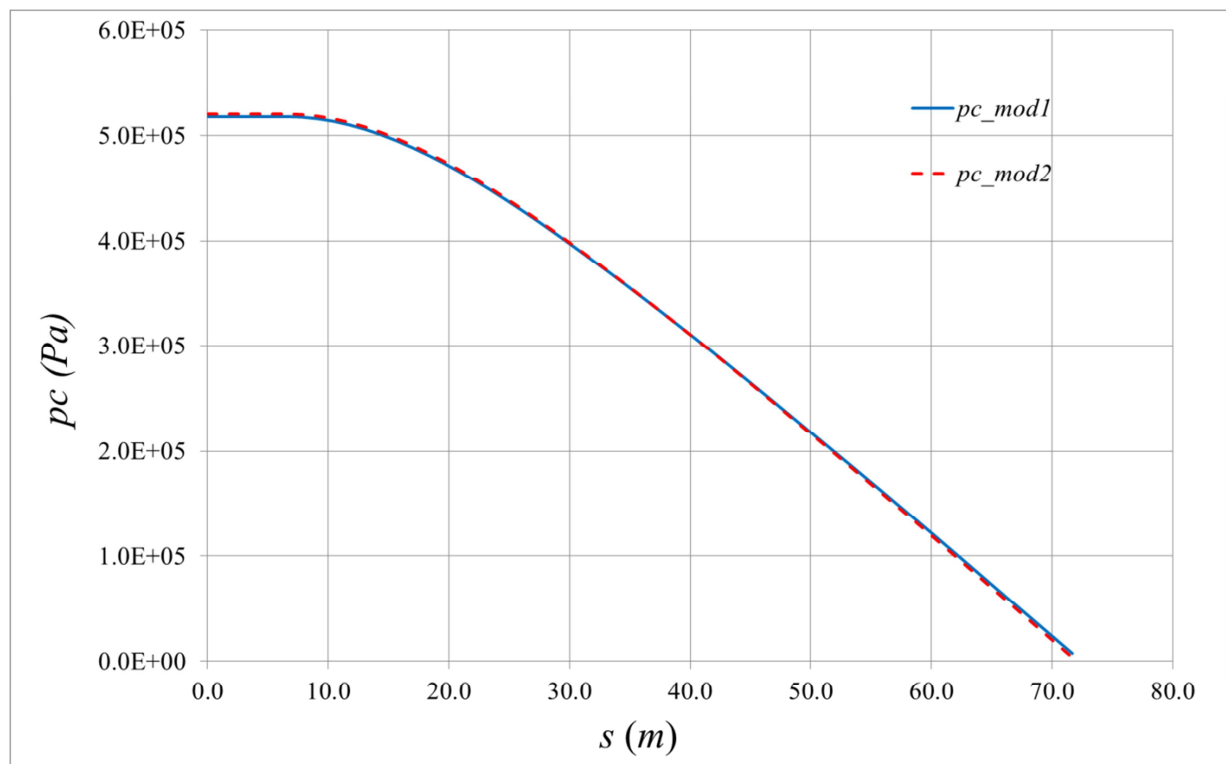


Figura 5.5 – Comparação entre as pressões de contato (caso A).

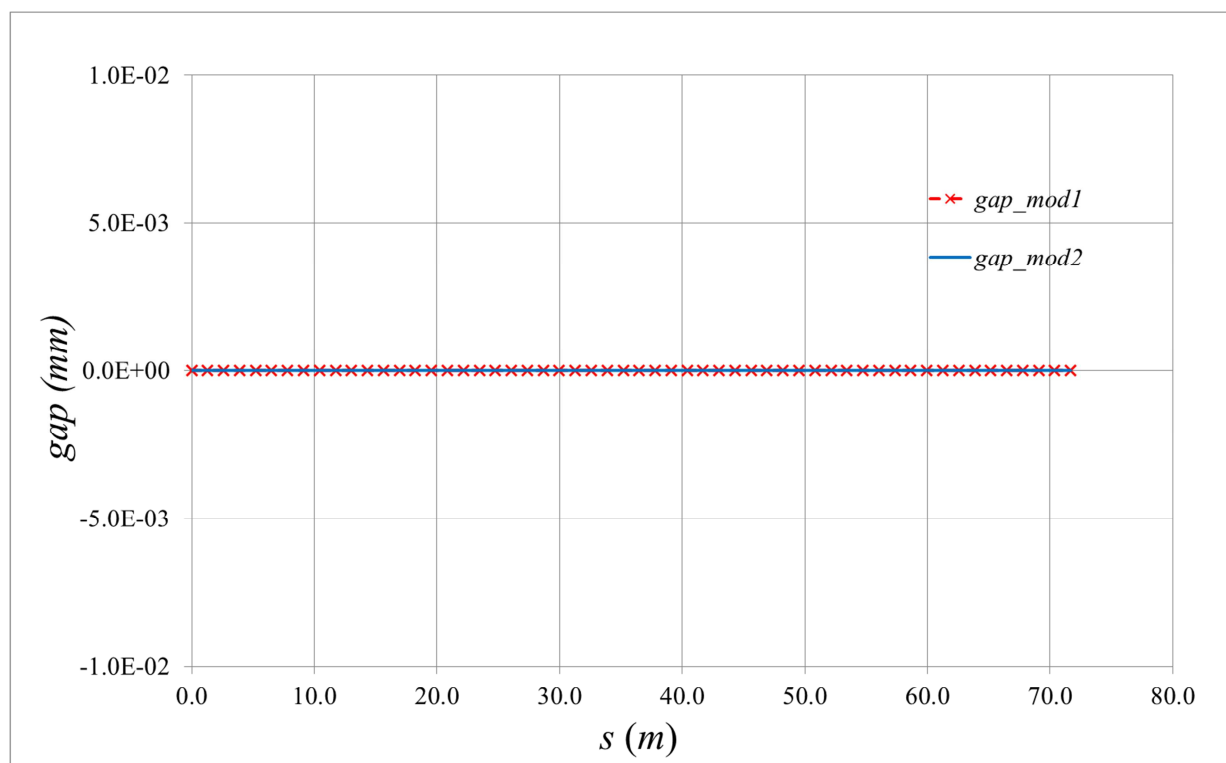


Figura 5.6 – Comparação entre os gaps (caso A).

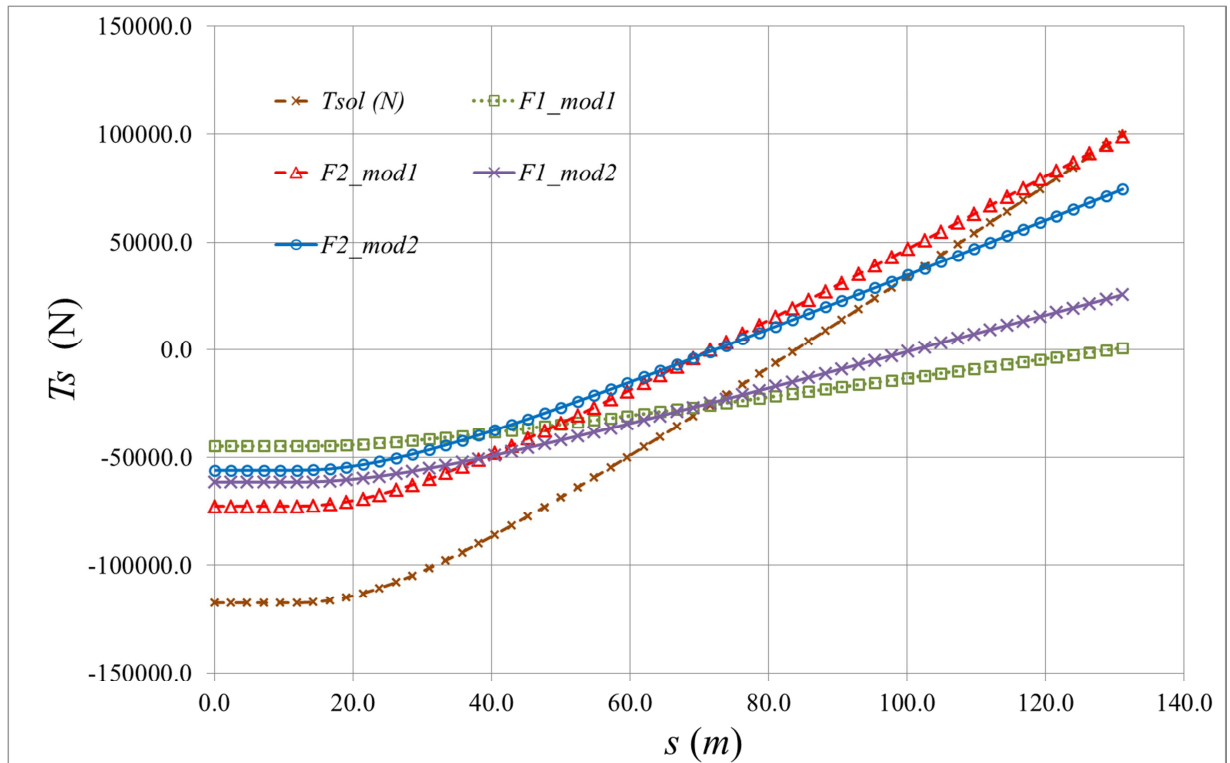


Figura 5.7 – Comparação entre as forças axiais solicitantes (caso B).

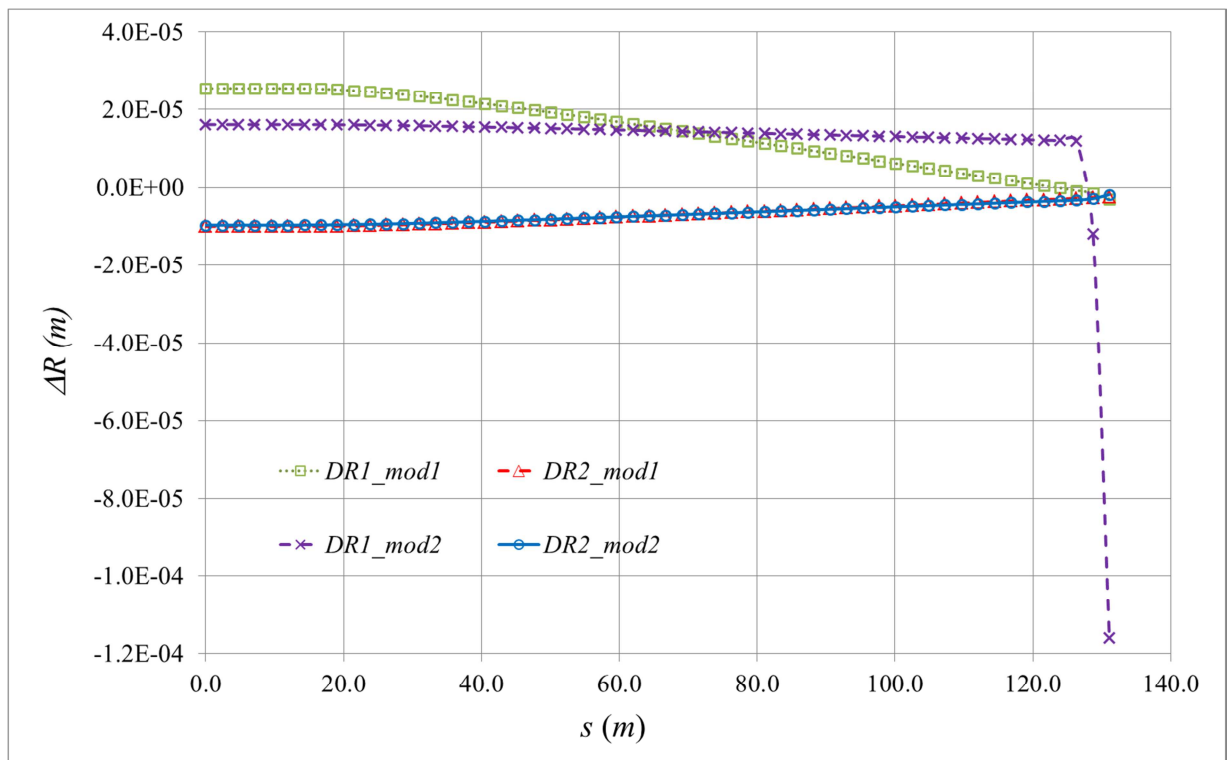


Figura 5.8 – Comparação entre as variações do raio médio (caso B).

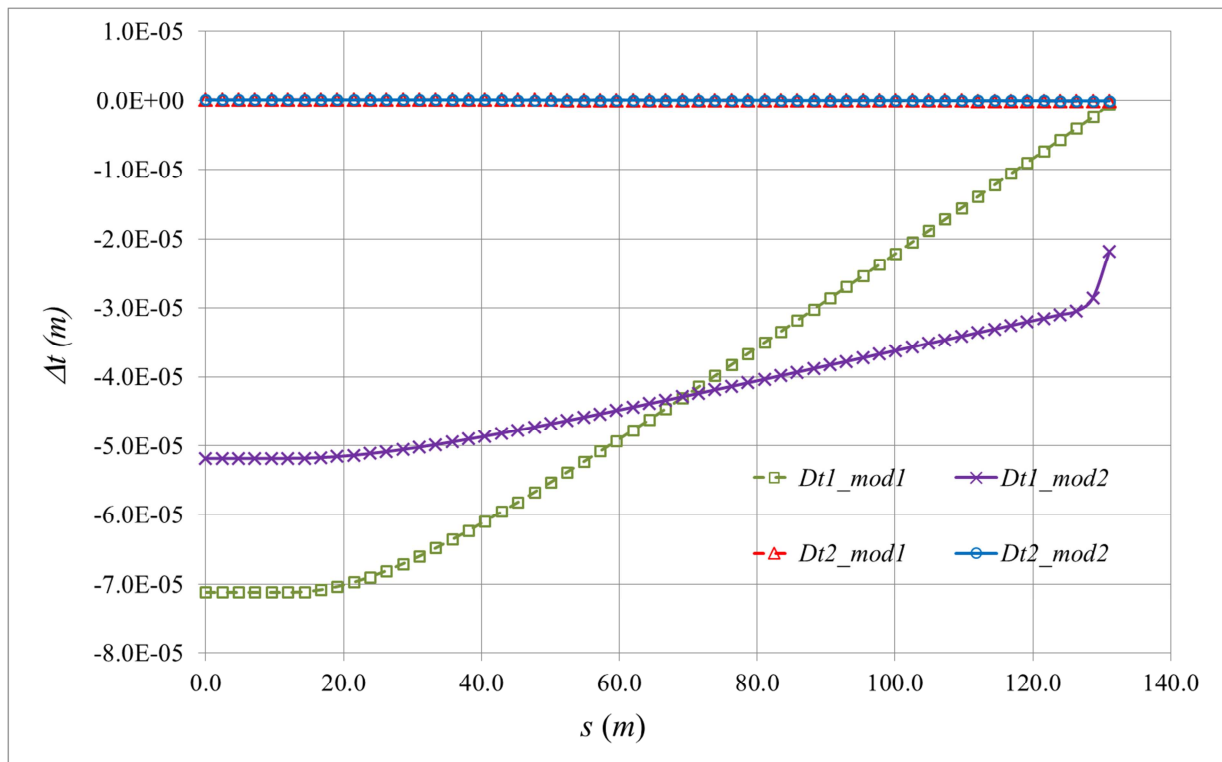


Figura 5.9 – Comparação entre as variações de espessura (caso B).

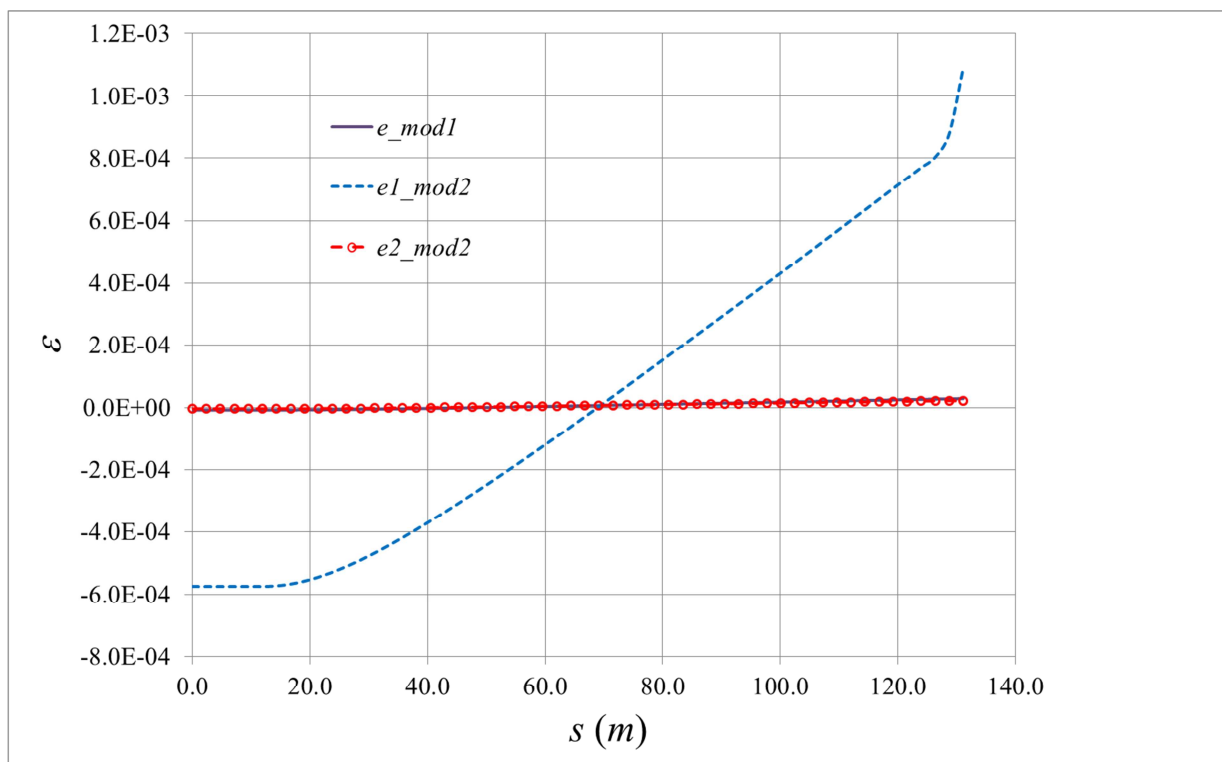


Figura 5.10 – Comparação entre as deformações (caso B).

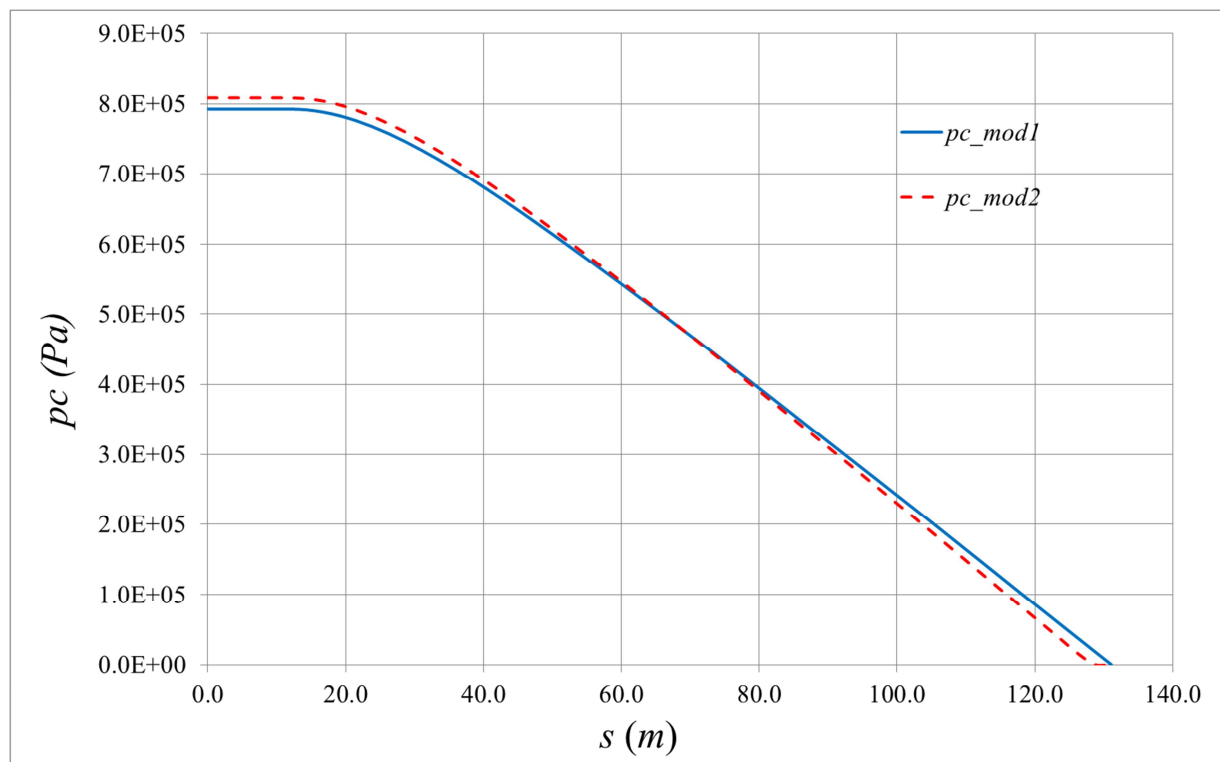


Figura 5.11 – Comparação entre as pressões de contato (caso B).

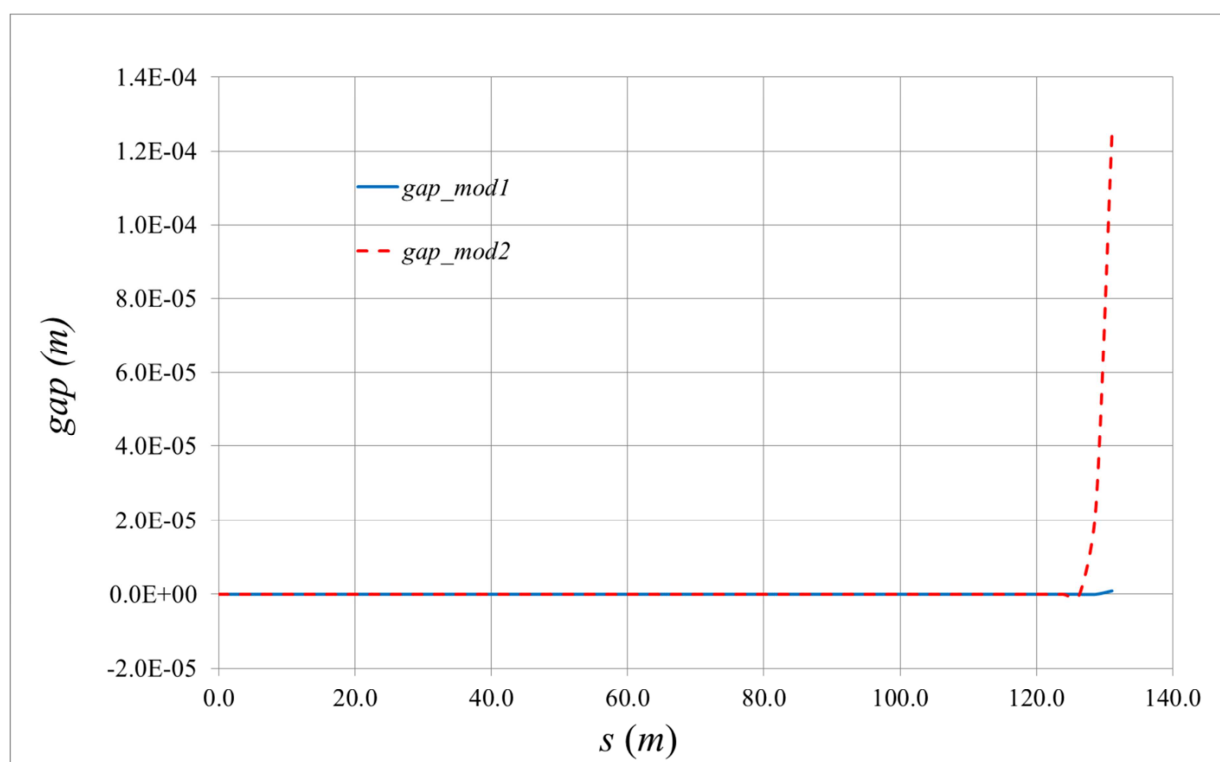


Figura 5.12 – Comparação entre os gaps (caso B).

Uma primeira análise de grande relevância se refere às figuras 5.1 e 5.7 que fornecem as forças solicitantes axiais ao longo da linha: pode-se observar que as curvas de força solicitante total obtidas tanto para o modelo 1 quanto para o modelo 2 são coincidentes para ambos os estudos de caso. Tal coincidência deve-se ao fato de o esforço de tração solicitante total ficar totalmente definido uma vez conhecidos o esforço de tração efetiva e as correções devidas à pressão interna e pressão externa no tubo (conforme Eq.(24)). É interessante também notar que, embora a Eq.(24) tenha sido usada como uma das equações necessárias ao modelo de análise local 1, tendo sido usada em cada uma das N seções transversais do linha, esta mesma equação só foi empregada para garantir uma das condições de contorno no topo para o modelo de análise local 2 (conforme Eq.(51)). Conclui-se do exposto que a coincidência das curvas de força solicitante total para os dois modelos ao longo de toda a linha é um sinal evidente de que a formulação apresentada é consistente.

Analisando-se especificamente o caso A, pode-se observar que não há uma variação significativa nos resultados obtidos através dos modelos 1 e 2 para nenhum dos parâmetros analisados. Isto decorre, possivelmente, do fato de as curvas de deformação das duas camadas serem bastante próximas, o que pode ser explicado pelo fato de os valores de rigidez axial das duas camadas terem praticamente a mesma ordem de grandeza (de fato, da Tabela 3.1, obtém-se: $E_1A_1 \cong 650$ MN e $E_2A_2 \cong 260$ MN, ou seja, $E_2A_2/E_1A_1 \cong 0,4$).

Para o estudo de caso B pode-se observar que as diferenças entre as curvas obtidas a partir dos modelos 1 e 2 são bem mais acentuadas em comparação ao estudo de caso anterior. Esta diferença está associada, possivelmente, ao fato de a razão entre os valores de rigidez axial das duas camadas ter aumentado significativamente para o estudo de caso B (da Tabela 3.2, obtém-se $E_1A_1 \cong 23,4$ MN e $E_2A_2 \cong 3459$ MN, ou seja, $E_2A_2/E_1A_1 \cong 148$).

Outro fenômeno que vale a pena ser analisado é a mudança de comportamento observada nas curvas de variação de raio, variação de espessura e deformação da camada interna do modelo 2 para o caso B (ver figuras 5.8, 5.9 e 5.10). As mudanças abruptas observadas no final destas curvas se referem à região de formação de *gap*; em outras palavras, tais mudanças se devem à descontinuidade na curva de pressão de contato, que passa a ser nula na região onde ocorre o *gap*. Todavia, pode-se observar que as curvas referentes à variação de raio, variação de espessura e deformação associadas ao modelo 1 (também representadas nas figuras 5.8, 5.9 e 5.10) não apresentam este comportamento na região de formação de *gap*; isso acontece porque, devido à hipótese de mesmo alongamento entre as camadas, estas não possuem liberdade de se deformar de modo independente na região de *gap* e, portanto, não podem divergir uma da outra, prevalecendo o comportamento da camada de maior rigidez axial no que tange à variação do alongamento axial ao longo do comprimento do tubo (ver Figura 5.10).

6. Conclusões

Neste trabalho um novo modelo analítico de tubos do tipo *pipe-in-pipe* foi proposto (denominado modelo 2). Tal modelo prescindiu das hipóteses comumente admitidas na literatura, as quais consideram haver mesmo alongamento axial e mesmo ângulo de giro por unidade de comprimento entre as camadas em uma mesma seção da linha. Os resultados deste novo modelo foram comparados com os resultados de um modelo precedente que admitia tais hipóteses (denominado modelo 1).

Foram realizados dois estudos de caso: no primeiro (caso A), os modelos 1 e 2 foram aplicados a um tubo composto por duas camadas cilíndricas concêntricas (uma interna constituída de aço e outra externa constituída de alumínio); no segundo (caso B), os mesmos modelos foram aplicados a um tubo composto por duas camadas, também cilíndricas e concêntricas: uma interna constituída de poliamida e outra externa constituída de aço.

Os resultados revelaram que, para o caso A, não foram observadas variações significativas entre as respostas obtidas a partir dos modelos 1 e 2, enquanto que, para o caso B, tais variações de resposta entre os modelos foram bem mais pronunciadas. Tal diferença entre os resultados obtidos para os dois estudos de caso está possivelmente associada à razão entre os valores de rigidez axial das camadas das quais os tubos foram constituídos (para o estudo de caso A, a razão entre os valores de rigidez axial era de aproximadamente 0,4, enquanto que, para o caso B, tal razão era bastante superior, aproximadamente 148).

Naturalmente, vários outros estudos de caso complementares devem ser feitos para que se possa avaliar a influência de outros parâmetros sobre a resposta de ambos os modelos, sejam eles geométricos (como o raio e a espessura das camadas, número de camadas), ou referentes às propriedades dos materiais das camadas (como peso próprio, coeficiente de Poisson e módulo de elasticidade) ou aos parâmetros de configuração da linha (altura de lâmina d'água, ângulo da linha no topo, entre outros).

Durante este projeto também foi implementado um modelo de tubo flexível obtido na literatura composto por uma carcaça intertravada, duas camadas plásticas e duas armaduras de tração. Tal modelo admitiu as hipóteses cinemáticas de mesmo alongamento axial e mesmo ângulo de giro por unidade de comprimento entre as camadas em uma mesma seção da linha. Uma sugestão para estudos futuros é o desenvolvimento de um modelo de tubo flexível que prescinda das hipóteses cinemáticas citadas anteriormente, cuja formulação poderá se basear no modelo 2 aqui desenvolvido e aplicado para tubos do tipo *pipe-in-pipe*.

Referências bibliográficas

- [1] ANP – Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis. Disponível em: <<http://www.anp.gov.br/?dw=69896>>. Acesso em: 06 agosto 2014.
- [2] Drumond, G.P. Estudo de material alternativo para a fabricação de mangueiras hidráulicas de umbilical submarino. Rio de Janeiro: Trabalho de conclusão de curso apresentado à Escola Politécnica da Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2013.
- [3] Economia_Negócios_Estadão. Disponível em: <<http://economia.estadao.com.br/noticias/negocios,technip-vence-disputa-para-fornecer-tubos-a-petrobras,102176e>>. Acesso em: 17.set. 2014.
- [4] Tnpetróleo. Disponível em: <<http://tnpetroleo.com.br/noticia/oceaneering-fornecera-cabos-umbilicais-para-petrobras/>>. Acesso em: 06 set. 2013.
- [5] Agência Universitária de Notícias. Disponível em: <<http://www.usp.br/aun/exibir.php?id=198>>. Acesso em: 09 set. 2013.
- [6] Arquivos Os Rios do Brasil. Disponível em: <<http://arquivososriosdobrasil.blogspot.com.br/2010/01/baia-de-guanabara-rj-petrobras-uma.html>>. Acesso: 17.set.2014.
- [7] Ramos Jr., R. Modelos analíticos no estudo do comportamento estrutural de tubos flexíveis e cabos umbilicais. São Paulo: Tese de Doutorado apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2001, 367p.
- [8] Universidade Federal do Rio de Janeiro. Disponível em: <http://www.oceanica.ufrj.br/deno/prod_academic/relatorios/2013/Yuri+FelipeB/relat1/Relatorio.htm>. Acesso em: 11 set. 2013.
- [9] Prysmianclub. Disponível em: <http://www.prysmianclub.com.br/revista/PClub_11/sucesso.htm>. Acesso em: 11 set. 2013.
- [10] Bahtui, A., Bahai, H., Alfano, G. A finite element analysis for unbonded flexible risers under torsion. Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering, v.130, Nov. 2008, pp.041301-1 – 041301-4.
- [11] Saevik, S. A finite element model for predicting stresses and slip in flexible pipe armouring tendons. Computers & Structures, v.46, n.2, 1993, pp.219-230.
- [12] Zubov, L.M. The problem of the equilibrium of a helical spring in the non-linear three-dimensional theory of elasticity. Journal of Applied Mathematics and Mechanics, v.71, 2007, pp.519-526.
- [13] Witz, J.A., Tan, Z. On the axial-torsional structural behavior of flexible pipes, umbilicals and marine cables. Marine Structures, v.5, 1992, pp.205-227.
- [14] Ramsey, H. Analysis of interwire friction in multilayered cables under uniform extension and twisting. Int. J. Mech. Sci., v.32, n.8, 1990, pp.709-716.

- [15] Ramos Jr., R., Pesce, C.P. A consistent analytical model to predict the structural behavior of flexible risers subjected to combined loads. *Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, v.126, 2004, pp.141-146.
- [16] Irvine, H.M. *Cable structures*. Dover Publications, 1992, 259p.
- [17] Brasil Escola. Disponível em: <<http://www.brasilecola.com/fisica/empuxo.htm>>. Acesso em: 11 março 2014.
- [18] Sparks, C.P. *Fundamentals of Marine Riser Mechanics*. Tulsa, Oklahoma: PennWell, 2007.
- [19] Rodrigues, L.E.M.J. *Mecânica dos Fluidos. Aula 2 – Propriedades dos Fluidos*. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia. Disponível em: <<http://www.engbrasil.eng.br/pp/mf/aula2.pdf>>. Acesso em: 02 abr. 2014.
- [20] Ramos Jr., R., Martins, C.A., Pesce, C.P., Roveri, F.E. Some further studies on the axial-torsional behavior of flexible risers. *Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, v.136, 2014, pp.011701-1 – 011701-11.
- [21] Portal Petróleo & Energia. Disponível em: <http://www.petroleoenergia.com.br/petroleo/plastico-offshore-riquezas-pre-sal-abrem-campos-plasticos-alto-desempenho/3/>. Acesso em: 15 jun. 2014.
- [22] Plastibras. Informações técnicas das resinas termoplasticas mas utilizadas. Disponível em: <http://www.plastibras.com.br/tabela.html>. Acesso em: 29 jun. 2014.
- [23] Timoshenko, S.P., Goodier, J.N. *Theory of elasticity*, McGraw-Hill, Inc., 1970, 567p.

Anexo A – Compatibilidade de alongamento entre camadas do modelo 2

Devido à condição imposta sabe-se que as camadas possuem o mesmo comprimento na configuração deformada. Como este comprimento é a soma do comprimento inicial mais a variação de comprimento obtêm-se:

$$l_i + \Delta l_i = l_{i+1} + \Delta l_{i+1} \quad (A.1)$$

Como o comprimento inicial (antes da deformação da linha) é o mesmo para todas as camadas obtêm-se:

$$\Delta l_i = \Delta l_{i+1} \quad (A.2)$$

Pode-se escrever também a variação do comprimento de uma camada como a somatória das variações de comprimento das várias seções desta mesma camada:

$$\sum_{j=1}^N \Delta l_{i,j} = \sum_{j=1}^N \Delta l_{i+1,j} \quad (A.3)$$

Dividindo-se ambos os lados da equação pelo comprimento inicial do segmento (L_0) e colocando-se tal termo dentro das somatórias, obtêm-se:

$$\sum_{j=1}^N \frac{\Delta l_{i,j}}{L_0} = \sum_{j=1}^N \frac{\Delta l_{i+1,j}}{L_0} \quad (A.4)$$

Como todas as seções apresentam o mesmo comprimento inicial (L_0) pode-se inferir que a deformação axial para qualquer camada de qualquer seção é dada por:

$$\varepsilon_{i,j} = \frac{\Delta l_{i,j}}{L_0} \quad (A.5)$$

Substituindo-se a eq. A.5 na eq. A.4 segue a equação:

$$\sum_{j=1}^N \varepsilon_{i,j} = \sum_{j=1}^N \varepsilon_{i+1,j} \quad (A.6)$$

Anexo B – Aplicação das equações diferenciais de equilíbrio

No equacionamento desenvolvido abaixo, serão empregadas as equações diferenciais de equilíbrio para se obter uma relação entre os esforços solicitantes aplicados às seções extremas de um segmento retirado de uma determinada camada. As equações diferenciais de equilíbrio em coordenadas polares são dadas por :

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + b_r = 0 \quad (B.1)$$

$$\frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial z} + \frac{2 \cdot \tau_{r\theta}}{r} + b_\theta = 0 \quad (B.2)$$

$$\frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\tau_{rz}}{r} + b_z = 0 \quad (B.3)$$

Onde σ_r , σ_θ e σ_z são as tensões normais aplicadas nas direções radial, circunferencial e axial respectivamente ; $\tau_{r\theta}$, τ_{rz} e $\tau_{\theta z}$ são as tensões de cisalhamento e b_r , b_θ e b_z são os esforços volumétricos nas direções radial, circunferencial e axial respectivamente.

Primeiramente serão definidos os três sistemas de coordenadas empregados no equacionamento: o primeiro é o sistema global (de versores $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$) fixado no leito do mar ; o segundo é o sistema local expresso em coordenadas cartesianas (de versores $\vec{e}_x$, $\vec{e}_y$ e $\vec{e}_z$) ; e o último é o sistema local em coordenadas polares (de versores $\vec{e}_r$, $\vec{e}_\theta$ e $\vec{e}_z$). Tais sistemas são ilustrados na figura abaixo.

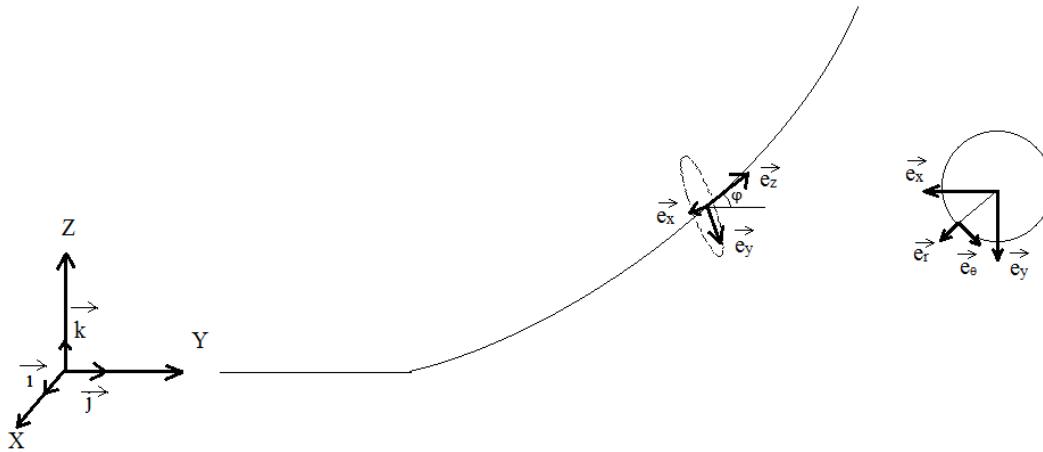


Figura B.1: Sistemas de coordenadas empregados na formulação.

Sendo φ o ângulo da linha em relação ao leito do mar e θ o ângulo circunferencial da linha.

Pode-se expressar o peso da linha pelo vetor dado abaixo, onde μ é a densidade linear da linha e g é a gravidade.

$$\vec{b} = -\mu g \vec{k} \quad (B.4)$$

Que expresso em termos do sistema de coordenadas cartesianas local resulta :

$$\vec{b} = \mu g \cdot \cos \varphi \cdot \vec{e}_y - \mu g \cdot \sin \varphi \cdot \vec{e}_z \quad (B.5)$$

Mas o sistema local cartesiano pode ser escrito em função do sistema local em coordenadas polares da seguinte forma :

$$\vec{e}_x = \vec{e}_r \cdot \cos\theta - \vec{e}_\theta \cdot \sin\theta \quad (B.6)$$

$$\vec{e}_y = \vec{e}_r \cdot \sin\theta + \vec{e}_\theta \cdot \cos\theta \quad (B.7)$$

$$\vec{e}_z = \vec{e}_z \quad (B.8)$$

E, portanto, as forças distribuídas por unidade de volume podem ser expressas da seguinte forma em função do sistema local de coordenadas polares:

$$\vec{b} = \mu g \cdot \cos\varphi [\vec{e}_r \cdot \sin\theta + \vec{e}_\theta \cdot \cos\theta] - \mu g \cdot \sin\varphi \cdot \vec{e}_z \quad (B.9)$$

Logo, as componentes de $\vec{b}$ na direção $\vec{e}_r$ (b_r), na direção $\vec{e}_\theta$ (b_θ) e na direção $\vec{e}_z$ (b_z) são :

$$b_r = \mu g \cdot \cos\varphi \cdot \sin\theta \quad (B.10)$$

$$b_\theta = \mu g \cdot \cos\varphi \cdot \cos\theta \quad (B.11)$$

$$b_z = -\mu g \cdot \sin\varphi \quad (B.12)$$

Será empregada a equação (B.3). Dessa forma pode-se reescrever a equação (B.3):

$$\frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\tau_{zr}}{r} + b_z = 0 \quad (B.13)$$

Substituindo a equação de b_z (A.12) na equação (A.13) obtém-se:

$$\frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\tau_{zr}}{r} - \mu g \cdot \sin\varphi = 0 \quad (B.14)$$

A próxima etapa é integração da equação diferencial dada acima para o volume de uma camada de um segmento de comprimento L_0 .

$$\iiint \left(\frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\tau_{zr}}{r} - \mu g \cdot \sin\varphi \right) dV = 0 \quad (B.15)$$

Realizando-se tal integração em coordenadas polares obtém-se:

$$\int_0^{L_0} \int_{R_{int}}^{R_{ext}} \int_0^{2\pi} \left(\frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\tau_{zr}}{r} - \mu g \cdot \sin\varphi \right) \cdot r d\theta dr dz = 0 \quad (B.16)$$

Onde R_{ext} é o raio externo da camada e R_{int} o raio interno.

Desenvolvendo-se os termos desta integral obtém-se:

$$F_{i,j+1} - F_{i,j} = \mu g \cdot \pi (R_{ext,i}^2 - R_{int,i}^2) \cdot (z_{j+1} - z_j) \quad (B.17)$$